

Nr. 242

Karl Foppe

**Kombination von inertialen und  
satellitengestützten Beobachtungsverfahren  
zur ingenieurgeodätischen  
Überwachung von Brückenbauwerken**

HANNOVER 2001

---

---

Referent: Univ.-Prof. Dr.-Ing.habil. Dr.h.c.mult Hans Pelzer

Korreferent: Univ.-Prof. Dr.-Ing.habil. Wolfgang Niemeier

Tag der mündlichen Prüfung:

16. Mai 2001

---

## De vera et perfecta laetitia

<sup>1</sup>Idem [fr. Leonardus] retulit ibidem quod una die beatus Franciscus apud Sanctam Mariam vocavit fratrem Leonem et dixit: Frater Leo, scribe. <sup>2</sup>Qui respondit: Ecce paratus sum. <sup>3</sup>Scribe – inquit – quae est vera laetitia. <sup>4</sup>Venit nuntius et dicit quod omnes magistri de Parisiis venerunt ad Ordinem, scribe, non vera laetitia. <sup>5</sup>Item quod omnes praelati ultramontani, archiepiscopi et episcopi; item quod rex Franciae et rex Angliae: scribe, non vera laetitia. <sup>6</sup>Item, quod fratres mei iverunt ad infideles et converterunt eos omnes ad fidem; item, quod tantam gratiam habeo a Deo quod sano infirmos et facio multa miracula: dico tibi quod in his omnibus non vera laetitia. <sup>7</sup>Sed quae est vera laetitia? <sup>8</sup>Redeo de Perusio et de nocte profunda venio huc et est tempus hiemis lutosum et adeo frigidum, quod dondoli aquae frigidae congelatae fiunt ad extremitates tunicae et percutiunt semper crura, et sanguis emanat ex vulneribus talibus. <sup>9</sup>Et totus in luto et frigore et glacie venio ad ostium, et postquam diu pulsavi et vocavi, venit frater et quaerit: Quis est? Ego respondeo: Frater Franciscus. <sup>10</sup>Et ipse dicit: Vade; non est hora decens eundi; non intrabis. <sup>11</sup>Et iterum insistenti respondeat: Vade, tu es unus simplex et idiota; admodo non venis nobis; nos sumus tot et tales, quod non indigemus te. <sup>12</sup>Et ego iterum sto ad ostium et dico: Amore Dei recolligatis me ista nocte. <sup>13</sup>Et ille respondeat: Non faciam. <sup>14</sup>Vade ad locum Cruciferorum et ibi pete. <sup>15</sup>Dico tibi quod si patientiam habuero et non fuero motus, quod in hoc est vera laetitia et vera virtus et salus animae.

*Giovanni di Bernardone (1182-1226)*



## Inhaltsverzeichnis

I Einleitung . . . . .	1
I.1 Überwachung und Prüfung von Brückenbauwerken . . . . .	1
I.1.1 Intention zur Überwachung und Prüfung von Brückenbauwerken . . . . .	1
I.1.2 Aufgabenstellung bei einer Brückenüberwachung bzw. -prüfung . . . . .	2
I.1.3 Praktische Durchführung geodätischer Kontrollmessungen an Brückenbauwerken	3
I.1.4 Derzeitiger Stand der Technik . . . . .	4
I.2 Modellierung des Bewegungsverhaltens von Brückenbauwerken . . . . .	6
I.2.1 Bewegungsverhalten von Brückenbauwerken . . . . .	6
I.2.2 Geodätische Modellbildung . . . . .	8
I.2.2.1 Quasi-Statistisches Modell . . . . .	9
I.2.2.2 Kinematisches Modell . . . . .	11
I.2.2.3 Dynamisches Modell . . . . .	12
I.3 Konzeption neuer Meß- und Auswerteverfahren . . . . .	17
I.3.1 Generelle Systemanforderungen . . . . .	17
I.3.2 Einzusetzende Sensorik . . . . .	18
I.3.3 Konzept für eine praktische Umsetzung . . . . .	20
I.3.3.1 Vorgaben für den Aufbau des hybriden Meßsystems . . . . .	20
I.3.3.2 Vorgaben zur Modellbildung . . . . .	22
II Sensorik / Meßtechnik . . . . .	24
II.1 Grundlagen und Begriffsklärung inertialer Meßmethoden . . . . .	24
II.1.1 Aufbau von Inertialmeßsystemen . . . . .	24
II.1.1.1 Beschleunigungssensoren . . . . .	26
II.1.1.2 Drehratensensoren (Kreiselsysteme) . . . . .	28
II.1.1.3 Fehlerbudget inertialer Sensoren . . . . .	41
II.1.1.4 Datenblätter inertialer Sensoren . . . . .	45
II.1.1.5 Fehlerbehandlung . . . . .	46
II.1.2 Auswertung von Inertialmessungen . . . . .	49
II.1.2.1 Bezugssysteme . . . . .	49
II.1.2.2 Ablauf der Auswertung . . . . .	50
II.1.3 Inertialmeßsysteme in der Ingenieurvermessung . . . . .	54

II.2 Begriffsklärung kinematischer GPS-Messungen . . . . .	55
II.2.1 Allgemeine GPS-Terminologie . . . . .	55
II.2.2 Kinematische GPS-Messungen . . . . .	57
II.2.2.1 Klassifizierung kinematischer GPS-Messungen . . . . .	57
II.2.2.2 Mehrdeutigkeitsbestimmung kinematischer GPS-Messungen . . . . .	58
II.2.2.3 Fehlerbudget kinematischer GPS-Messungen . . . . .	59
II.3 Multisensorsysteme . . . . .	63
II.3.1 Räumliche Synchronisation . . . . .	63
II.3.2 Zeitliche Synchronisation . . . . .	64
II.3.3 Kombinierte INS/GPS-Auswertung ("mathematische Synchronisation") . . . . .	66
III Modell . . . . .	69
III.1 Differentialgeometrische Grundlagen . . . . .	69
III.1.1 Definition und Parametrisierung einer Kurve . . . . .	69
III.1.2 Raumkurven . . . . .	70
III.1.3 Ebene Kurven . . . . .	72
III.2 Grundlagen der Theorie der Biegelinie . . . . .	73
III.2.1 Definition der Biegelinie . . . . .	73
III.2.1.1 Differentialgleichung der Biegelinie . . . . .	73
III.2.1.2 Differentialgleichungen eines Biegeträgers . . . . .	75
III.2.1.3 Durchlaufträger . . . . .	76
III.3 Modell zur Bestimmung der Biegelinie einer Brücke mittels INS/GPS-Kombination . . . . .	77
III.3.1 Annahmen zur Modellbildung . . . . .	77
III.3.1.1 Definition des Koordinatensystems . . . . .	78
III.3.2 Bereitstellung der abgeleiteten Beobachtungsgrößen . . . . .	80
III.3.3 Parametrisierung und Parametertransformation . . . . .	81
III.3.3.1 Umparametrisierung bei gleichförmiger Bewegung . . . . .	83
III.3.3.2 Umparametrisierung bei ungleichmäßig beschleunigter Bewegung . . . . .	83
III.3.3.3 Umparametrisierung bei vorliegenden singulären Punkten . . . . .	88
III.3.4 Parameterschätzung im allgemeinen Ausgleichungsmodell . . . . .	91
III.3.4.1 Funktionales Modell . . . . .	91
III.3.4.2 Stochastisches Modell . . . . .	96
III.3.4.3 Normalgleichungen und Auflösung . . . . .	98
III.3.4.4 Simulation mittels reiner INS-Daten . . . . .	98

III.3.4.5 Adaptive Modellierung zur Schätzung von Driftparametern . . . . .	109
III.3.4.6 Adaptive Modellierung zur Systemidentifikation . . . . .	113
IV Exemplarische Testmessungen auf Gleisen . . . . .	116
IV.1 Bestimmung der Referenztrassen . . . . .	116
IV.1.1 Aufmessung von Gleisen nach den Richtlinien der DB . . . . .	116
IV.1.2 Aufmessung der Referenzgleise . . . . .	117
IV.2 Aufbau des Meßsystems . . . . .	120
IV.2.1 Testfahrzeug zur schienengebundenen Verfahrnung . . . . .	120
IV.2.2 Verwendete Sensorik . . . . .	121
IV.2.3 Synchronisation von Inertialsystem und GPS . . . . .	125
IV.2.4 Kalibrierung des Meßfahrzeugs . . . . .	128
IV.3 Kinematische Testmessungen . . . . .	130
IV.3.1 Ablauf der praktischen Messungen . . . . .	130
IV.3.2 Auswertung der Messungen . . . . .	132
IV.3.2.1 Auswertung der kinematischen GPS-Messungen . . . . .	132
IV.3.2.2 Auswertung der Inertialmessungen . . . . .	136
IV.3.2.3 Kombinierte INS/GPS-Auswertung . . . . .	142
V Abschließende Betrachtungen . . . . .	145
V.1 Zusammenfassung . . . . .	145
V.2 Fazit und Ausblick . . . . .	146
VI Anhang . . . . .	150
VI.1.1 Differentialquotienten zur bedingten Ausgleichung reiner INS-Messungen . . . . .	150
VI.1.2 Differentialquotienten zur bedingten Ausgleichung reiner INS-Messungen bei bekannter Anfangsgeschwindigkeit . . . . .	151
VI.1.3 Differentialquotienten zur bedingten Ausgleichung reiner INS-Messungen mit zusätzlichen Randbedingungen . . . . .	152
VI.2 Differentialquotienten zum adaptiven Ausgleichungsmodell zur Schätzung von Driftparametern . . . . .	153
VII Summary . . . . .	155
VIII Literaturverzeichnis . . . . .	156
Dank . . . . .	161
Lebenslauf . . . . .	162



## **I Einleitung**

### **I.1 Überwachung und Prüfung von Brückenbauwerken**

#### **I.1.1 Intention zur Überwachung und Prüfung von Brückenbauwerken**

Wie jedes Ingenieurbauwerk unterliegen auch Brücken dem natürlichen Alterungsprozeß. Sie sind in ihrer exponierten Lage durch permanent wirkende Witterungseinflüsse sowie durch ständig wechselnde Lastzustände und die damit verbundenen Materialbeanspruchungen starken Belastungen ausgesetzt. Eine regelmäßige Kontrolle zur Früherkennung und Überwachung von Materialermüdungen sowie von sich abzeichnenden Schäden ist unerlässlich. Eine verspätete Schadensfeststellung erhöht nicht nur das Gefahrenpotential, das stets von einem Bauwerk ausgeht, sondern läßt auch die Kosten einer Sanierung stark ansteigen. Bei der Betrachtung ökonomischer Gesichtspunkte im Falle eines totalen oder zumindest teilweisen Ausfalls eines Brückenbauwerks muß zudem der volkswirtschaftliche Schaden beachtet werden.

Die grundsätzliche Bedeutung dieser Problematik wurde bereits am Anfang des letzten Jahrhunderts erkannt und führte im Jahre 1930 zur ersten Ausgabe der DIN 1076 „Ingenieurbauwerke im Zuge von Straßen und Wegen, Überwachung und Prüfung“. Neben der zur Zeit gültigen Ausgabe der DIN 1076 existieren weitere Normen zur vermessungstechnischen Kontrolle von Bauwerken, die ebenfalls auf Brückenbauwerke anzuwenden sind. Herauszuheben ist hier die DIN 4107 „Setzungsbeobachtungen an entstehenden und fertigen Bauwerken“ aufgrund ihrer besonderen Bedeutung für die Formulierung der Meßaufgaben im Rahmen einer Brückenüberwachung (siehe I.1.2).

Die gegenwärtige Kontrollpraxis orientiert sich jedoch vorwiegend an verwaltungsinternen Richtlinien, die von den Vermessungsstellen der für die Bauwerksunterhaltung zuständigen Straßenbauverwaltungen aufgestellt wurden. Diese Richtlinien basieren zwar auf der DIN 1076, weichen jedoch zum Teil von den Forderungen dieser Norm ab [BAST 1980]. Daher wurde bei der Bundesanstalt für Straßenwesen bereits im Oktober 1977 eine Projektgruppe „VK 1076“ („Vermessungstechnische Kontrollen im Rahmen der DIN 1076“) eingerichtet, deren Aufgabe – neben der Konkretisierung der DIN 1076 – die Analyse der wirklichen Arbeitsbedingungen hinsichtlich des Personalbestands sowie die Zusammenstellung und Prüfung möglicher Meßverfahren und -geräte umfaßte. Im Abschlußbericht der „VK 1076“ werden als Mittelpunkt der Projektgruppenarbeit zwei Themengruppen hervorgehoben, die beide eine Verringerung des zeitlichen und personellen Meßaufwandes zum Ziel haben:

- Präzise Formulierung der Meßaufgabe für das einzelne zu prüfende Bauwerk unter Berücksichtigung vereinfachender Maßnahmen auf Basis eines realistischen Prüfauftrags.
- Anwendung neuer, bisher selten eingesetzter Meßverfahren.

Ziel dieser Arbeit ist die Erfüllung beider Forderungen sowohl auf dem Gebiet der Theorie als auch der Empirie. Dazu wird ein neues Meß- und Auswertekonzept vorgestellt.

### **I.1.2 Aufgabenstellung bei einer Brückenüberwachung bzw. -prüfung**

Die DIN 1076 unterscheidet zwischen Überwachung und Prüfung einer Brücke. Überwachungen werden laufend (mindestens einmal pro Jahr oder nach besonderen Ereignissen, wie z.B. Hochwasser) vorgenommen. Sie beschränken sich jedoch in der Regel auf reine Sichtkontrollen.

Die Brückenprüfung unterteilt man in *einfache Prüfung*, *Hauptprüfung*, *Prüfung aus besonderem Anlaß*, *zusätzliche Prüfung* sowie *Prüfung maschineller Anlagen nach besonderen Vorschriften*. Die Prüfungen sind mit den Mitteln der Ingenieurvermessung mindestens in einem Dreijahresrhythmus durchzuführen, wobei ohne besonderen Anlaß auf eine einfache Prüfung stets eine Hauptprüfung folgt und umgekehrt.

Die Aufgabenstellung für das vermessungstechnische Kontrollprogramm wird nach [BAST 1980] folgendermaßen formuliert: „Auf Grundlage der überarbeiteten DIN 1076 ist ein auf die Erfordernisse des einzelnen Bauwerks bezogenes Meßprogramm aufzustellen. Die Messungen sollten nach dem Grundsatz 'nur soviel und genau wie nötig' erfolgen. Zur Vermeidung eines überhöhten Aufwandes sind die Gradientenmessung und die Messung der Lagerstellungen vorrangig durchzuführen (Hauptmessung). Mit der Gradientenmessung werden neben der Oberbaudurchbiegung alle vertikalen Veränderungen der Stützpunkte durch Setzung, Senkung, Pfeilerlängung und -verkürzung, Pylonverformung usw. in der Summe erfaßt.“ Neben der Hauptmessung können zusätzliche Detailmessungen zur Bestimmung der Verformung des Pylons selbst oder der Lagerstellung bestimmt werden.

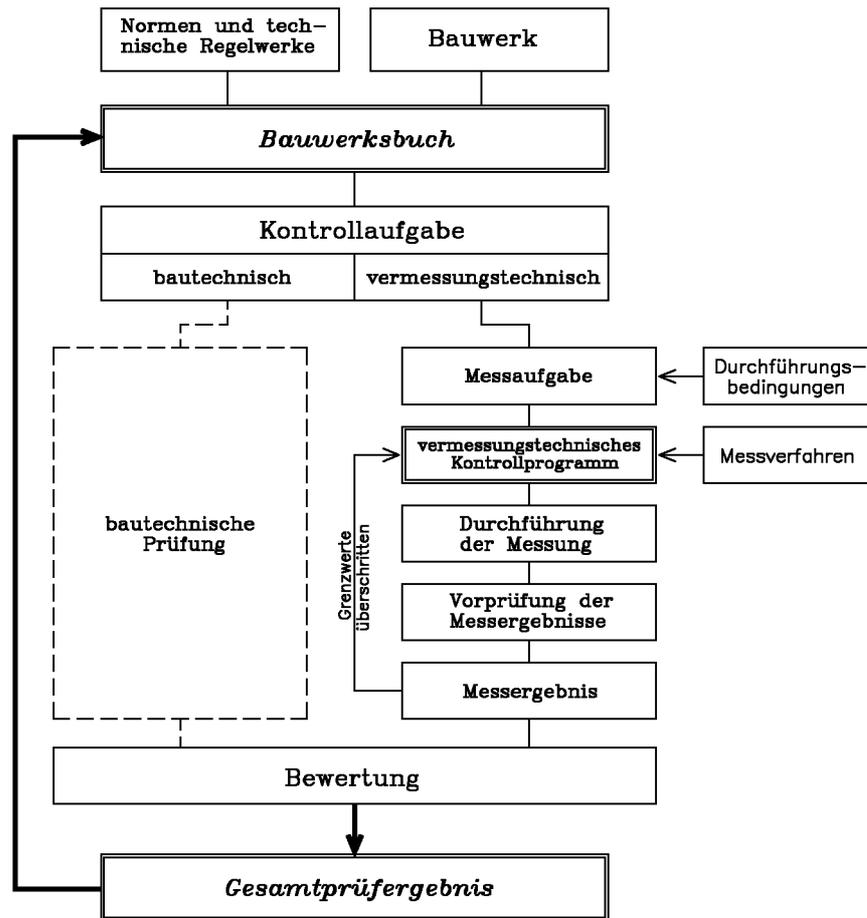


Abb. I-1: Ablauf der vermessungstechnischen Kontrollen [BAST 1980]

### I.1.3 Praktische Durchführung geodätischer Kontrollmessungen an Brückenbauwerken

Nach [BAST 1980] werden die durchzuführenden Kontrollaufgaben an einem Brückenbauwerk in dem sogenannten Bauwerksbuch festgelegt (Abb. I-1). Darin sind die gültigen Normen und technischen Regelwerke sowie die Informationen über das zu erwartende Bewegungsverhalten des Bauwerks zusammengefaßt.

Die Kontrollaufgabe gliedert sich in eine bautechnische Prüfung, die eine Überprüfung auf unmittelbar erkennbare Mängel und Schäden beinhaltet, und in die vermessungstechnische Kontrolle, die mit Hilfe ingenieurgeodätischer Methoden den Zustand des Bauwerks beschreibt. Die Meßaufgabe wird nach den unter I.1.2 genannten Grundsätzen formuliert und führt unter Berücksichtigung der Durchführungsbedingungen sowie der zur Anwendung kommenden Meßverfahren zu dem eigentlichen Kontrollprogramm. Nach Durchführung der Messung (Hauptmessung) zeigt eine Vorprüfung der Meßergebnisse,

ob Grenzwerte, die selbst ebenfalls im Bauwerksbuch festgelegt sind, überschritten wurden und eventuell Detailmessungen notwendig werden. Die bautechnische Prüfung und die vermessungstechnische Kontrolle ergeben nach gemeinsamer Bewertung das Gesamtprüfergebnis, das im Bauwerksbuch dokumentiert wird.

### I.1.4 Derzeitiger Stand der Technik

Das Ziel von Überwachungsmessungen an Bauwerken und speziell an Brücken besteht in der Überprüfung ihrer Funktions- und Standsicherheit unter der Einwirkung innerer und äußerer Kräfte. Hierzu sind die Ergebnisse von Messungen mit den Ergebnissen aus Modellversuchen und statischen Vorausberechnungen zu vergleichen. Um diese Aufgabe erfüllen zu können, sind sowohl die Deformationen als auch die äußeren Einflüsse zu erfassen. Dieses schließt auch ihr zeitliches Verhalten mit ein.

Zur Beschreibung der Deformationen bzw. des Bewegungsverhaltens eines Bauwerks werden diskrete Meßpunkte festgelegt, an denen Veränderungen geometrischer Größen erfaßt werden. Die Diskretisierung des Bauwerks hat so zu erfolgen, daß dessen Bewegungsverhalten repräsentativ dokumentiert werden kann.

Die in der DIN 1076 und in den mitgeltenden Normen sowie in den Kontrollanweisungen der Länder verwendeten Begriffsbestimmungen der zu erfassenden geometrischen Größen sind nicht einheitlich. Daher werden von der „VK 1076“ folgende Bezeichnungen vorgeschlagen:

1. **Verschiebungen** (vertikale bzw. horizontale Verschiebungen)
2. **Neigungen** (Kippungen)
3. **Verformungen** (Längenänderung, Biegung, Torsion)

Die vorstehende Liste der Begriffsbestimmungen kennzeichnet die zu erfassenden geometrischen Veränderungen unabhängig von deren Ursache. Die Erfassung erfolgt mittels der diskreten Meßpunkte, deren Veränderungen zu einer vorhergehenden Bezugsmessung (Referenzepoche) entweder absolut gegenüber äußeren Festpunkten oder relativ zueinander kontrolliert werden. Dazu stehen folgende geodätische Meßverfahren zur Verfügung:

- *Konventionelle geodätische Verfahren* (Präzisionsnivellement, trigonometrische Lage- und Höhenmessung, optische oder mechanische Lotung bzw. Aligment)
- *Mechanische Zeiger oder Wegschreiber* (Erfassung von Lagerstellung bzw. -bewegung)
- *Tachymetermessungen\** (Motorisierte Tachymeter mit automatischer Zielerkennung)

- *Automatisiertes Nivellement\** (Motorisiertes Digitalnivellier mit Strichcodelatten)
- *Hydrostatisches Nivellement\** (Elektronisches Abtastsystem)
- *Neigungsmessungen\** (Elektronische Libellen, Inklinometer)
- *Relative Distanzmessung\** (EDM, Extensometer, Dehnungsmeßstreifen)
- *Lasermessungen\** (Lotung bzw. Alinement mit aktivem oder passivem Target)
- *Photogrammetrische Verfahren\** (Digitale Kameras für Einbild- oder Videotechnik)
- *Satellitengestützte Verfahren\** (GPS, Glonass)

Alle mit einem „\*“ gekennzeichneten Meßverfahren lassen sich automatisieren und erlauben so, je nach Abtastrate des Verfahrens, eine nahezu kontinuierliche Beobachtung von diskreten Meßpunkten über einen längeren Zeitraum (temporäre Kontinua). Einzig die photogrammetrischen Verfahren gestatten ebenfalls eine Auswertung von Linien oder Flächen in einzelnen Bildern (geometrische Kontinua).

Die für die Deformationen ursächlichen Einflußgrößen sind mit speziellen Meßwertgebern in geeigneter Weise separat zu erfassen.

- *Temperatur\** (Elektronische Thermometer)
- *Wind\** (Elektronische Windmesser)
- *Tide\** (Elektronische Pegelmessungen)
- *Verkehrslast\** (Lichtschraken oder Induktionsschleifen an bzw. in den Fahrbahnen)

Bei der Installation der Meßwertgeber für die Einflußgrößen wird ebenfalls eine Art Diskretisierung vorgenommen. Dabei ist darauf zu achten, daß an den Meßstellen die tatsächlich relevanten Größen erfaßt werden. So ist beispielsweise die Materialtemperatur des Baukörpers direkt zu erfassen, da diese unter direkter Sonneneinstrahlung erheblich von der umgebenden Lufttemperatur differieren kann.

Für eine späteren Zuordnung sind alle Messungen zeitlich miteinander zu synchronisieren. Der technische Aufwand für eine zeitliche Synchronisation richtet sich nach der Abtastrate der eingesetzten Meßverfahren und nach der Geschwindigkeit der zu erfassenden Veränderung.

Neben den geodätischen Verfahren der Ingenieurvermessung werden für schwingungsmeßtechnische Untersuchungen von Brückenbauwerken Schwingungssensoren an diskreten Meßstellen der Brücke eingebaut. Diese Sensoren erlauben eine Überwachung des Schwingungsverhaltens der Brücke bis hin zu ihren Eigenfrequenzen. Auf Grund der

unbefriedigenden Langzeitstabilität der entsprechenden Meßeinrichtungen und des hohen Meßaufwandes beschränkt sich ihr Einsatz zur Zeit jedoch auf wissenschaftliche Spezialuntersuchungen.

## I.2 Modellierung des Bewegungsverhaltens von Brückenbauwerken

### I.2.1 Bewegungsverhalten von Brückenbauwerken

Brückenbauwerke unterliegen infolge vielfältiger Einflüsse ständigen Veränderungen, die sich aus periodischen und nichtperiodischen Anteilen zusammensetzen. Die Veränderungskomponenten nach DIN 1076 sind in Abbildung I-2 aufgegliedert. Verschiebungen werden als horizontale bzw. vertikale Parallel-Verlagerungen und Neigungen als Rotationen des zu prüfenden Bauwerksteils aufgefaßt. Verschiebungen und Neigungen von Bauwerksteilen stellen nach dieser Definition für sich lediglich Lageänderungen eines Bauteils in allen Dimensionen dar, ohne daß sich dessen Form ändert. Bei gleichmäßiger Verschiebung oder Rotation des gesamten Bauwerks wird dieses nicht verformt. Erst ungleichmäßige Vertikalverschiebungen oder Rotationen einzelner Bauwerksteile bewirken eine Formänderung des Bauwerks und damit zusätzliche Beanspruchungen.

Die formändernden Komponenten lassen sich nach [BAST 1984] in Dehnung, Biegung, Torsion und Beulung unterteilen. Unterschiedliche Dehnungen von verschiedenen Zonen eines Bauteils sind ursächlich für dessen Biegung. Aus unterschiedlichen Biegungen sind wiederum die Torsion und die Beulung abzuleiten.

An Brückenbauwerken treten Dehnungen bzw. Stauchungen demnach nicht nur als relative Längenänderungen eines Bauteils (z.B. Zugbelastung von Tragseilen, Temperaturexpansion von Stützen) auf. Unterschiedliche Dehnungen innerhalb eines Bauteils (z.B. einseitige Erwärmung durch Insolation, Aufbringung punktueller Last) sind vielmehr auch ursächlich für dessen Biegung. Die Kombination unterschiedlicher Biegungen verursacht durch ungleichmäßige Lasten (mehrere punktuelle Lasten z.B. durch laufenden Verkehr) führen zu Torsionen, wie der Verwindung des gesamten Brückenüberbaus.

In der geodätischen Terminologie bezeichnet man Translationen und Rotationen eines Bauteils allgemein als „Starrkörperbewegungen“ wohingegen für die Verformung des Bauteils der Begriff „Deformation“ verwendet wird. Dabei ist zwischen plastischer und

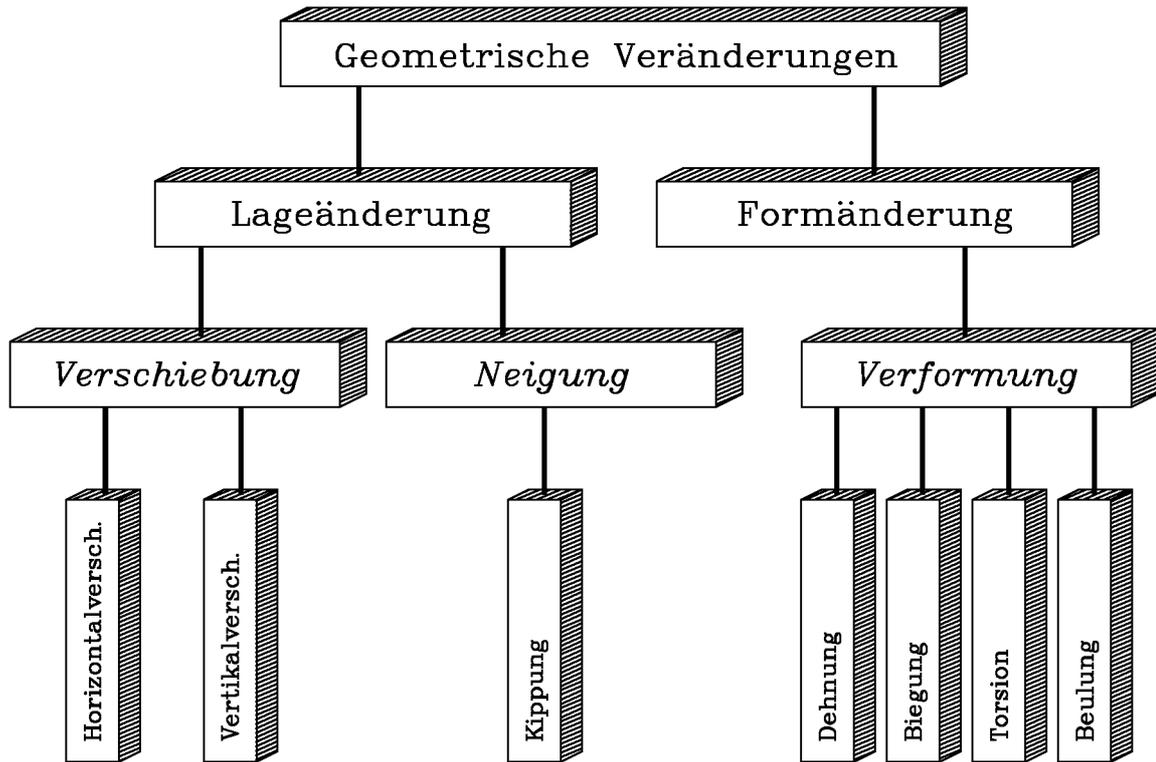


Abb. I-2: Geometrische Veränderungen an Brücken nach DIN 1076

elastischer Deformation zu unterscheiden. Plastische Deformationen, also dauerhafte Veränderungen des Bauteils, sind hinsichtlich der Standsicherheit eines Bauwerks sehr kritisch zu betrachten. Dagegen sind elastische Deformationen, die als periodische Formänderungen auftreten, als unkritisch zu beurteilen, so lange konstruktiv vorgegebene Grenzwerte nicht überschritten werden.

Die Bewegungen eines Brückenbauwerks lassen sich folgendermaßen klassifizieren:

– **Periodische Bewegungen:**

*< 0,2 Sekunden:* Hochfrequente Anteile der Eigenschwingungen mit geringen Amplituden (i.d.R. zu vernachlässigen).

*0,2 ... 5,0 Sekunden:* Eigenschwingungen von Ober- und Unterbauten.

*1 Sekunde ... einige Minuten:* Kurzzeitverformung (z.B. durch überfahrende Verkehrslast).

*einige Stunden ... mehrere Monate:* Niederfrequente Anteile (z.B. durch wechselnde Wasserstände im Bereich der Brücken Gründung).

*Tagesgänge:* Temperaturverformung infolge einseitiger Erwärmung (z.B. Insolation).

*ein Tag ... mehrere Wochen:* Temperaturverformung infolge gleichmäßiger Erwärmung.

*Jahresgänge:* Langperiodische Verformung infolge meteorologischer Einwirkungen (Jahreszeiten).

- **Lineare Bewegungen:** Lineare Setzungen (z.B. von im Wasser gegründeten Fundamentteilen durch Unterspülung und Auskolkung).
- **Exponentiell abklingende Bewegungen:** Setzungen des gesamten Bauwerks über einen Zeitraum von mehreren Jahren nach der Fertigstellung.
- **Sprunghafte Bewegungen:** Änderungen von Materialparametern und Tragwerkseigenschaften bis hin zum Bruch, insbesondere langfristige irreversible Verformungen infolge Schwindens und Kriechens von Beton.

## I.2.2 Geodätische Modellbildung

Grundlage konventioneller geodätischer Modellbildung sind epochale Beobachtungen eines Netzes diskreter Punkte, die mittels der in Abschnitt I.1.4 beschriebenen Meßverfahren gewonnen wurden. Die Berechnung der Netzlösung einer Epoche erfolgt durch eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen im sogenannten GAUSS-MARKOV-Modell. Die Beobachtungen werden im Vektor  $\mathbf{L}$  zusammengefaßt und liegen zusammen mit den Matrizen des stochastischen Modells  $\mathbf{\Sigma}_{LL}$ ,  $\mathbf{Q}_{LL}$  und  $\mathbf{P}$  (siehe III.3.4.2) vor. Unter der Annahme wahrer Werte lassen sich die Beobachtungen  $\tilde{\mathbf{L}}$  mittels vektorwertiger Funktionen  $\tilde{\mathbf{L}} = \varphi(\tilde{\mathbf{X}})$  der Unbekannten  $\tilde{\mathbf{X}}$  darstellen, was bei Übergang auf ausgeglichene Größen direkt zur Ausgleichungsbedingung des nichtlinearen funktionalen Modells führt:

$$\hat{\mathbf{L}}_{n,1} = \varphi_{n,1}(\hat{\mathbf{X}}_{u,1}) = \begin{bmatrix} \varphi_1(\hat{\mathbf{X}}) \\ \varphi_2(\hat{\mathbf{X}}) \\ \vdots \\ \varphi_n(\hat{\mathbf{X}}) \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.2-1})$$

Die Linearisierung wird durch eine Reihenentwicklung nach TAYLOR mit den Näherungswerten  $\mathbf{X}_0$  bzw.  $\mathbf{L}_0 = \varphi(\mathbf{X}_0)$  realisiert. Die partiellen Ableitungen an der Stelle  $\mathbf{X}_0$  bilden die Modell- bzw. Designmatrix  $\mathbf{A}$ . Als differentielle Größen werden der gekürzte Unbekanntenvektor  $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}_0$  sowie der gekürzte Beobachtungsvektor  $\mathbf{l} = \mathbf{L} - \mathbf{L}_0$  eingeführt.

$$\hat{\mathbf{L}}_{n,1} = \mathbf{L}_{n,1} + \mathbf{v}_{n,1} = \underbrace{\varphi(\mathbf{X}_0)}_{\mathbf{L}_0}_{n,1} + \underbrace{\left(\frac{\partial\varphi(\mathbf{X})}{\partial\mathbf{X}}\right)_0}_{\mathbf{A}}_{n,u} \cdot \underbrace{(\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}_0)}_{\hat{\mathbf{x}}}_{u,1} \quad (\text{I.2.1-2})$$

Mit Hilfe der Verbesserungen  $\mathbf{v}$  und der Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$  wird die Ausgleichsforderung  $\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v} \rightarrow \min.$  als Extremwertaufgabe formuliert. Die sich ergebenden Normalgleichungen  $(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}) \cdot \hat{\mathbf{x}} - (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{l}) = 0$  werden durch Inversion nach  $\hat{\mathbf{x}}$  aufgelöst. Als Ergebnis der Ausgleichung liegen die Vektoren der ausgeglichenen Unbekannten  $\hat{\mathbf{X}}$  und der ausgeglichenen Beobachtungen  $\hat{\mathbf{L}}$  mit ihren Kovarianzmatrizen  $\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}}$  bzw.  $\Sigma_{\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}}$  vor. Die ausführliche Darstellung der Formeln und deren Herleitung findet sich z.B. in [PELZER 1985].

### I.2.2.1 Quasi-Statistisches Modell

Im quasi-statischen Modell werden Deformationen als rein geometrische Änderungen der Lage diskreter Punkte ohne Berücksichtigung des zeitlichen Verlaufs der auftretenden Bewegungen oder der ursächlichen Kräfte beschrieben.

Die Veränderungen werden als Differenzen zwischen den Werten einer aktuellen Meßepoche und den Werten einer Referenzepoche gebildet, die mit Hilfe statistischer Tests auf Signifikanz zu überprüfen sind.

Für den quasi-statischen Vergleich zweier Epochen sind grundsätzlich drei Prinzipien zu unterscheiden:

- Der *Koordinatenvergleich* zwischen zwei Epochen  $k$  und  $k+1$  basiert auf dem Test des Differenzvektors der *ausgeglichenen Koordinaten*  $\mathbf{d} = \hat{\mathbf{X}}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k+1}$  mit dessen Kovarianzmatrix  $\Sigma_{\mathbf{d}\mathbf{d}} = \Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}},k} + \Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}},k+1}$  gegen die Hypothese  $H_0 : E\{\mathbf{d}\} = 0$  unter der Wahrscheinlichkeitsbeziehung  $P \left\{ \frac{\mathbf{d}^T \cdot \Sigma_{\mathbf{d}\mathbf{d}}^{-1} \cdot \mathbf{d}}{m} \leq F_{m,f,1-\alpha} \mid H_0 \right\} = 1 - \alpha$ , wobei  $m$  die Dimension des Netzes bezeichnet. Zeigt der Test Unverträglichkeiten an, lassen sich die verantwortlichen Punkte wie in [NIEMEIER 1985] dargestellt lokalisieren.
- Die Deformationsanalyse mittels *KALMAN-Filter* beruht auf dem Vergleich von *Beobachtungen*. Aus dem zum Zeitpunkt  $k$  vorliegenden Referenzzustand des Objektes  $\hat{\mathbf{X}}_k$  (Vektor der Objektpunktkoordinaten) mit  $\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}},k}$  wird unter Abschätzung eines Systemrauschens  $\Sigma_{\mathbf{a}\mathbf{a},k}$  der aktuelle Zustandsvektor  $\bar{\mathbf{X}}_{k+1}$  mit zugehöriger Kovarianzmatrix  $\Sigma_{\bar{\mathbf{X}}\bar{\mathbf{X}},k+1} = \Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}},k} + \Sigma_{\mathbf{a}\mathbf{a},k}$  prädiert. Die Innovation  $\mathbf{d}_{k+1}$  des

KALMAN-Filters ergibt sich als Differenz der aktuellen Beobachtungen  $\mathbf{L}_{k+1}$  und den aus  $\bar{\mathbf{X}}_{k+1}$  prädizierten Beobachtungen  $\bar{\mathbf{L}}_{k+1}$  :

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{L}_{k+1} - \varphi(\bar{\mathbf{X}}_{k+1}) = \mathbf{L}_{k+1} - \bar{\mathbf{L}}_{k+1} \quad (\text{I.2.2.1-1})$$

Mit Hilfe der Innovation  $\mathbf{d}_{k+1}$  und deren durch Kovarianzfortpflanzung abgeleiteten Kofaktormatrix  $\mathbf{D}_{k+1}$  wird gemäß der Hypothese  $\mathbf{H}_0 : E\{\mathbf{d}_{k+1}\} = 0$  ein Test mit der Wahrscheinlichkeitsbeziehung

$$P \left\{ \frac{\mathbf{d}_{k+1}^T \cdot \mathbf{D}_{k+1}^{-1} \cdot \mathbf{d}_{k+1}}{f_{k+1} \cdot s_{0,k}^2} \leq F_{f_{k+1}, f_k, 1-\alpha} \mid \mathbf{H}_0 \right\} = 1 - \alpha \quad (\text{I.2.2.1-2})$$

durchgeführt. Zeigt der Test Modellstörungen an, sind die verantwortlichen Punkte zu lokalisieren. Durch Erhöhung des Systemrauschens wird das Modell letztendlich entstört und kann auf den aktuellen Zustand ( $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$  mit  $\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}, k+1}$ ) aufdatiert werden [PELZER 1971].

- Für eine *Analyse von Blockstrukturen* werden Punktgruppen zu repräsentativen Blöcken zusammengefaßt, deren relative Translationen und Rotationen aus *Datumsdifferenzen* abgeleitet werden. Betrachtet man die Koordinatenvektoren zweier Epochen  $k$  und  $k+1$  eines ausgeglichenen Netzes  $\hat{\mathbf{X}}_k$  und  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$  als identische Punkte, so lassen sich die globalen Datumparameter zwischen den Epochen in folgendem Modell ermitteln:

$$\begin{bmatrix} X_n^i \\ Y_n^i \\ Z_n^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + m \cdot \begin{bmatrix} 1 & \omega_Z & -\omega_Y \\ -\omega_Z & 1 & \omega_X \\ \omega_Y & -\omega_X & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_n^j \\ Y_n^j \\ Z_n^j \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.2.1-3})$$

mit:  $\mathbf{X}_n^i = [X_n^i, Y_n^i, Z_n^i]$  : Punkt  $n$  im Datum  $i$  bzw.  $j$

$m$  : Maßstab (optional)

$\mathbf{X}_0 = [X_0, Y_0, Z_0]$  : Translationen

$\boldsymbol{\omega}_0 = [\omega_X, \omega_Y, \omega_Z]$  : Rotationen

Führt man in das Modell (I.2.2.1-3) neben den globalen Datumparametern zusätzlich Datumssdifferenzen zwischen zwei Blöcken einer Epoche als weitere Unbekannte ein, so lassen diese sich im GAUSS-MARKOV-Modell schätzen:

$$\hat{\mathbf{X}}^T = \underbrace{[\hat{X}_0, \hat{Y}_0, \hat{Z}_0, \hat{\omega}_X, \hat{\omega}_Y, \hat{\omega}_Z]}_{\text{globale Datumparameter}} \mid \underbrace{[\Delta\hat{X}_0, \Delta\hat{Y}_0, \Delta\hat{Z}_0, \Delta\hat{\omega}_X, \Delta\hat{\omega}_Y, \Delta\hat{\omega}_Z]}_{\text{Datumssdifferenzen}} \quad (\text{I.2.2.1-4})$$

Das Modell kann für weitere Blöcke um entsprechende Unbekannte erweitert werden. Die ausgeglichenen Datumssdifferenzen sind durch geeignete Tests auf Signifikanz zu überprüfen (z.B. [FOPPE et al. 1994]).

### I.2.2.2 Kinematisches Modell

Im kinematischen Modell erfolgt eine rein geometrische Analyse des Bewegungsverhaltens von Einzelpunkten z.B. unter Anwendung des KALMAN-Filters. Neben den Lageänderungen werden auch die Geschwindigkeiten  $\hat{\mathbf{v}}_k$  und Beschleunigungen  $\hat{\mathbf{a}}_k$  der Objektpunkte modelliert. Dazu ist der aus dem quasi-statischen Modell bekannte Zustandsvektor  $\hat{\mathbf{X}}_k$ , der die ausgeglichenen Punktkoordinaten enthält, um diese Größen zum kinematischen Zustandsvektor  $\hat{\mathbf{Y}}_k$  zu erweitern:

$$\hat{\mathbf{Y}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_k \\ \text{---} \\ \hat{\mathbf{v}}_k \\ \text{---} \\ \hat{\mathbf{a}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{1k} \\ \hat{x}_{1k} \\ \hat{z}_{1k} \\ \vdots \\ \text{---} \\ \hat{y}_{1k} \\ \hat{x}_{1k} \\ \hat{z}_{1k} \\ \vdots \\ \text{---} \\ \hat{y}_{1k} \\ \hat{x}_{1k} \\ \hat{z}_{1k} \\ \vdots \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Koordinaten} \\ \text{Geschwindigkeiten} \\ \text{Beschleunigungen} \end{array} \quad (\text{I.2.2.2-1})$$

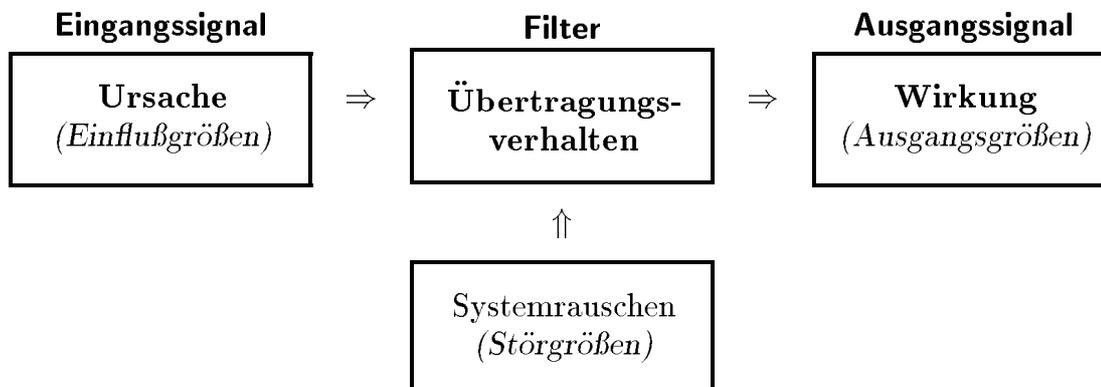
In dem erweiterten Bewegungsmodell  $\hat{\mathbf{Y}}_{k+1} = \mathbf{T} \cdot \hat{\mathbf{Y}}_k + \mathbf{S} \cdot \mathbf{a}_k$  wird durch die Transitionsmatrix  $\mathbf{T}$  das Bewegungsverhalten der Punkte als eine Funktion der Zeit spezifiziert. Der Vektor  $\mathbf{a}_k = 0$  repräsentiert die Pseudo-Beobachtungen für das Systemrauschen (Störbeschleunigungen). Der Einfluß der Störbeschleunigungen  $\mathbf{S} \cdot \mathbf{a}_k$  auf den prädierten Zustand  $\hat{\mathbf{Y}}_{k+1}$  wird im stochastischen Modell  $\Sigma_{\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Y}},k+1} = \Sigma_{\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Y}},k} + \Sigma_{\mathbf{aa},k}$  berücksichtigt. Auf die Berechnung der Innovation  $\mathbf{d}_{k+1}$  (I.2.2.1-1) und deren Test auf Signifikanz (I.2.2.1-2) folgt die Entstörung des Modells und das endgültige Aufdatieren analog zum quasi-statischen Fall (I.2.2.1). Die Ableitung des Formelapparates mit Anwendungsbeispiel findet sich in [HEUNECKE 1989] und [SCHMIDT 1992].

### I.2.2.3 Dynamisches Modell

Die rein deskriptiven Ansätze der quasi-statischen und der kinematischen Modellierung erlauben keine unmittelbare physikalische Interpretation der ablaufenden Prozesse. Gerade dies ist aber für ein tiefgehendes Verständnis des Gesamtkomplexes „Deformationsprozeß“ erforderlich [HEUNECKE et al. 1993]. Betrachtet man die Deformationen eines

Bauwerks als zeitlich versetzte Reaktionen auf die auf das Bauwerk einwirkenden Kräfte, dann stellt sich das Bauwerk selbst als physikalisches Filter dar. Diese Betrachtungsweise führt zu einem dynamischen System (Abb. I-3).

**DYNAMISCHES SYSTEM**



**Abb. I-3 :** Kausalkette in einem dynamischen System nach [HEUNECKE et al. 1993]

Der allgemeine funktionale Zusammenhang, das sogenannte Übertragungsverhalten, zwischen den Eingangsgrößen  $u(t)$  und den Ausgangsgrößen  $l(t)$  eines einvariablen, zeitinvarianten linearen Systems im Zeitbereich kann nach [PELZER 1980] durch das Faltungsintegral

$$l(t) = \int_0^{\infty} g(\tau)u(t - \tau) d\tau \tag{I.2.2.3-1}$$

hergestellt werden. Die Gewichtsfunktion  $g(\tau)$  beschreibt dabei die Abhängigkeit der Ausgangsgröße  $l(t)$  von den Eingangsgrößen  $u$ . Es wird deutlich, daß die Ausgangsgröße  $l(t)$  nicht nur von der aktuellen Eingangsgröße  $u(t)$  beeinflusst wird, sondern von allen Eingangsgrößen zurückgehend bis zum Wert  $u(t - \tau)$  (Abb. I-4).

Ziel der dynamischen Modellierung von Deformationsprozessen ist die sogenannte „Systemidentifikation“ aus gemessenen Eingangs- und Ausgangsgrößen. Dabei werden grundsätzlich zwei Ansätze unterschieden:

- *Eingangs-Ausgangs-Modell:* Das Systemverhalten wird ohne Kenntnis der Gewichtsfunktion  $g(\tau)$  rein mathematisch approximiert ( $\hat{=}$  *Black-Box-* oder *nicht-parametrisches Modell*).
- *Zustandsmodell:* Das Systemverhalten wird auf Grundlage der physikalischen Gesetzmäßigkeiten mittels einer explizit formulierten Gewichtsfunktion  $g(\tau)$  (Deformationsfunktion) beschrieben ( $\hat{=}$  *deterministisches* oder *parametrisches Modell*).

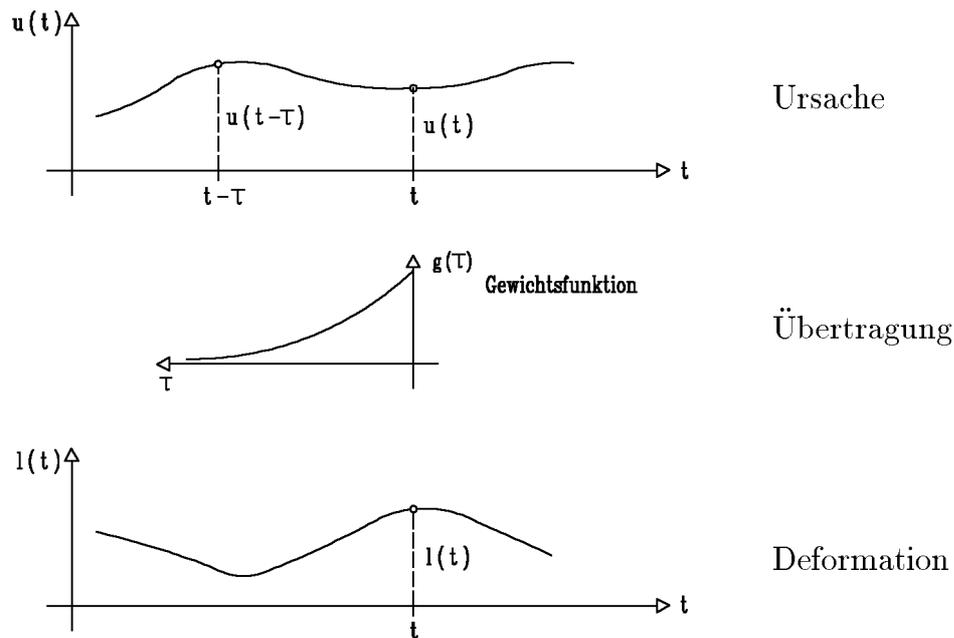


Abb. I-4 : Gewichtsfunktion eines dynamischen Systems nach [PELZER 1980]

### Eingangs-Ausgangs-Modell

Ein Beispiel eines *nicht-parametrischen Modells* ist das „modifizierte VOLTERRA-Modell“ nach [PFEUFER 1988]. In diesem Modell werden alle denkbaren Gewichtsfunktionen  $g_i(\tau)$  eines multivariablen Systems mit beliebiger Anzahl von Eingangs- und Ausgangsgrößen zu dem Funktionaloperator  $G$  zusammengefaßt, mit dem sich für ein nichtlineares Systemverhalten  $l(t) = G[u(t - \tau)]$  angeben läßt. Nach mehrdimensionaler TAYLOR-Entwicklung erhält man die VOLTERRA'sche Funktionalpotenzreihe:

$$l(t) = g_0 + \sum_{M=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} g_M(\tau_1, \dots, \tau_M) \prod_{s=1}^M u(t - \tau_s) d\tau_s \quad (\text{I.2.2.3-2})$$

mit:  $M$  : Modellordnung ( $s = 1, \dots, M$ )

Darin spiegeln die Kerne  $M$ -ter Ordnung  $g_M(\tau_1, \dots, \tau_M)$  die Gewichtsfunktionen des Faltungsintegrals wieder. Die Anzahl dieser Kerne steigt mit der Anzahl der Eingangs- und Ausgangsgrößen, mit wachsender Gedächtnislänge  $m$  und Modellordnung  $M$  stark an, was zu erheblichem Rechenaufwand führen kann. Um diesen Identifikationsaufwand zu senken, wurde von [PFEUFER 1988] das VOLTERRA-Modell derart modifiziert, daß sich die Analyse auf diejenigen Einflußgrößen beschränkt, die den wichtigsten Teil der Information

ausmachen [WERNER, PFEUFER 1990].

$$l(k\Delta t) = \sum_{i=1}^p \left\{ \left\{ \sum_{o_i=0}^{m_i} g_{i,1}(o_i) u_i[(k - o_i)\Delta t] \right\} + g_{i,2}(z_i, z_i) u_i^2[(k - z_i)\Delta t] \right\} \quad (\text{I.2.2.3-3})$$

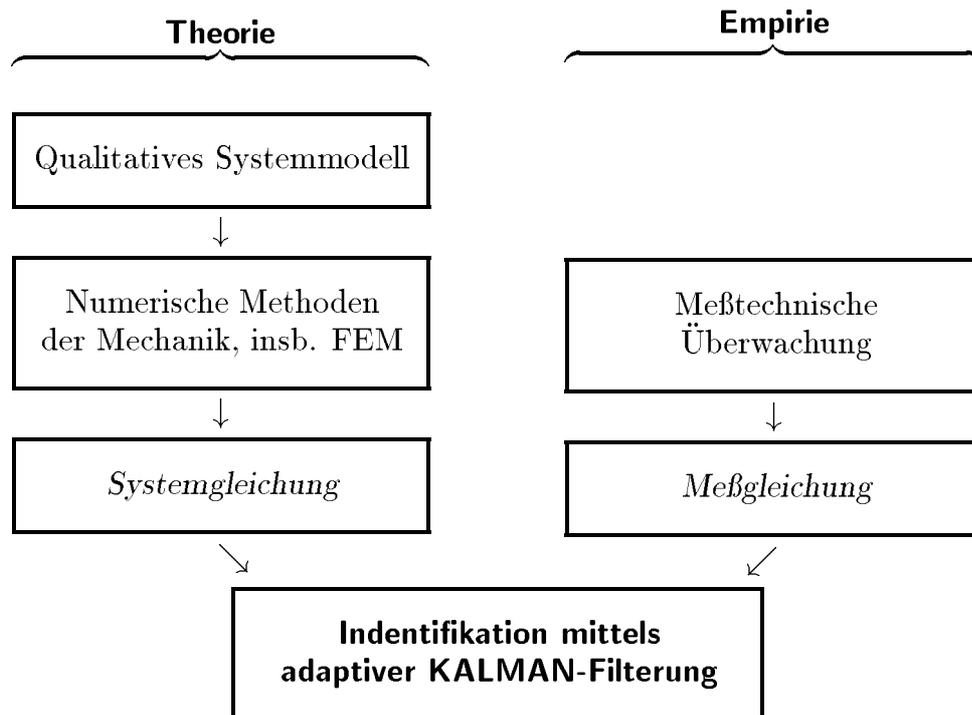
Hierin bezeichnet  $l(k\Delta t)$  die Ausgangsgröße zum Zeitpunkt  $k\Delta t$ ,  $i = 1, \dots, p$  die Anzahl der Einflußgrößen,  $o_i$  die Zeitpunkte der zeitlich zurückliegenden Eingangswerte bis zur jeweiligen Gedächtnislänge  $m_i$  und  $z_i$  die Zeitverzögerungen zwischen den Eingangsgrößen und der maßgeblichen Reaktion des Systems. Die Approximationen der Gewichtsfunktion gelingt schließlich durch erweiterte Regressionsansätze im GAUSS-MARKOV-Modell (I.2.1-2).

Vorteil des VOLTERRA-Modells ist, daß eine zugrunde liegende physikalisch fundierte Deformationsfunktion zur Modellbildung nicht notwendig ist. Die zur Modellierung einzuführenden Größen  $m_i$  und  $z_i$  sind über Korrelations- und Spektralanalyse zu bestimmen. Nachteil ist, daß vorhandene stochastische Informationen gerade in dem für die Praxis wichtigen mehrvariablen Fall nicht berücksichtigt werden.

### ***Deterministisches Modell***

Voraussetzung für eine deterministische Modellierung ist ein hinreichend genaues mathematisches Modell (Theorie) zur Beschreibung des Deformationsprozesses, das sich in der Systemgleichung des Filters wiederfindet. Die letztendliche Anpassung an das reale Bewegungsverhalten des Objektes, die Systemidentifikation, gelingt durch Messung der Eingangs- und Ausgangsgrößen (Empirie). Die Zusammenführung von Theorie und Empirie gelingt mittels adaptiver KALMAN-Filterung (Abb. I-5) [HEUNECKE 1995].

Die Systemgleichungen basieren auf dem bereits aus (I.2.2.1) und (I.2.2.2) bekannten Bewegungsmodell. Bei der adaptiven Filterung wird der Zustandsvektor einer neuen Epoche  $\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + \mathbf{v}_{\mathbf{x},k+1}$ , der im quasi-statischen Fall nur geometrische Informationen in Form der Koordinaten der Objektpunkte enthält, um physikalische Informationen – die Materialkenngrößen des Objektes (Prozeßkoeffizienten) – erweitert.  $\mathbf{T}_{k+1,k}$  bezeichnet die Transitionsmatrix, die die partiellen Ableitungen nach den Prozeßkoeffizienten enthält. Die den Deformationsprozeß verursachenden Stell- bzw. Wirkgrößen (Einflußgrößen) werden zu dem Stellvektor  $\mathbf{u}_k$  zusammengefaßt. Die Stellgrößenmatrix  $\mathbf{B}_{k+1,k}$  enthält die Materialparameter als konstante, varianzfreie Größen. Die Störgrößen werden im Störvektor  $\mathbf{w}_k$  mit  $E\{\mathbf{w}_k\} = 0$  berücksichtigt, dessen Einfluß sich in der Störgrößenmatrix  $\mathbf{C}_{k+1,k}$



**Abb. I-5:** Prinzip der Identifikation mittels adaptiver KALMAN-Filterung

wiederfindet. Um Konsistenz mit der Meßgleichung (I.2.2.3-5) herzustellen, werden in der Systemgleichung Verbesserungen  $\mathbf{v}_{x,k+1}$  zugelassen.

$$\text{Systemgleichung} : \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{T}_{k+1,k} \cdot \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_{k+1,k} \cdot \mathbf{u}_k + \mathbf{C}_{k+1,k} \cdot \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_{x,k+1} \quad (\text{I.2.2.3-4})$$

Die Meßgleichung ist prinzipiell bereits aus dem Ausgleichungsmodell der vermittelnden Beobachtungen (I.2.1-2) bekannt:

$$\text{Meßgleichung} : \mathbf{l}_{k+1} = \mathbf{A}_{x,k+1} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k+1} - \mathbf{v}_{l,k+1} \quad (\text{I.2.2.3-5})$$

Es folgt die Prädiktion des aktuellen Zustands  $\bar{\mathbf{x}}_{k+t}$  mit  $\Sigma_{\bar{\mathbf{x}}\bar{\mathbf{x}},k+t}$  sowie die Berechnung der Innovation  $\mathbf{d}_{k+1}$  (I.2.2.1-1) und deren Test auf Signifikanz (I.2.2.1-2). Im Falle der Signifikanz der Innovation sind die Unverträglichkeiten zu lokalisieren und das Modell ist zu entstören. An die Entstörung des Modells schließt sich das endgültige Aufdatieren analog zum quasi-statischen Fall (I.2.2.1) an. Die vollständigen Gleichungen finden sich in [PELZER 1988] und [HEUNECKE 1992].

Die physikalischen (mechanischen) Informationen im adaptiven Teil des Modells beinhalten Kenntnisse über die Bauwerksgeometrie, die Materialparameter und das Werkstoffverhalten, das heißt es liegt priori eine parametrische Beschreibung der Ursache-Wirkungsbeziehungen vor. Die numerische Umsetzung des mechanischen Teilmodells erfolgt heute überwiegend mit Hilfe der *Finiten Elemente Methode (FEM)*.

Bei der *FEM* wird das Gesamttragwerk des zu überwachenden Objektes in eine Vielzahl finiter Elemente unterteilt, deren Trageigenschaften zunächst unabhängig voneinander mathematisch-mechanisch beschrieben werden können. Die einzelnen Elemente sind an den sogenannten Knotenpunkten miteinander verbunden, so daß sich hier Übergangsbedingungen zwischen benachbarten Elementen ergeben. Für die Berechnung des Gesamttragwerks unterscheidet man die Kraft- und die Verschiebungs- bzw. Deformationsmethode. Während bei der weniger verbreiteten Kraftmethode nur die Kraftgrößen als Unbekannte für die statischen Verträglichkeitsprüfungen anzusetzen sind, werden bei der Verschiebungs- bzw. Deformationsmethode die Verschiebungen der Knotenpunkte über die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}^{-1}$  in Relation zu den wirkenden Kräften  $\mathbf{f}$  gesetzt. Bei Minimierung der Formänderungsenergie im gesamten Tragwerk ergibt sich eine Gleichgewichtsgleichung zwischen den wirkenden Kräften und den Verschiebungen der Knotenpunkte. Fallen ein Knotenpunkt des FEM-Modells und ein Objektpunkt der geodätischen Überwachung zusammen, so läßt sich die Kraft-Verschiebungsrelation zwischen den Epochen  $t_k$  und  $t_{k+1}$  folgendermaßen formulieren:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{f} \quad (\text{I.2.2.3-6a})$$

Der Zusammenhang zur Systemgleichung des dynamischen Modells in der Notation des KALMAN-Filters (I.2.2.3-4) wird deutlich, wenn man vom Kraftvektor  $\mathbf{f}$  auf den Vektor der Einflußgrößen  $\mathbf{u}_k$  zurückgeht:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{f} = [\mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{F}] \cdot \mathbf{u}_k = \mathbf{B}_{k+1,k} \cdot \mathbf{u}_k \quad (\text{I.2.2.3-6b})$$

Die Tatsache, daß die Anzahl der Knotenpunkte im mechanischen Modell deutlich größer ist als die Anzahl der geodätisch bestimmten Meßpunkte und sich daher die gemeinsame Komponente beider Modelle auf eine Untermenge bezieht, führt verfahrenstechnisch an keiner Stelle zu Schwierigkeiten im Auswertalgorithmus [HEUNECKE 2000].

Deterministische Modelle haben den großen Vorteil, daß sich die ermittelten Parameter der Gewichtsfunktion direkt physikalisch interpretieren lassen. Außerdem liegen die aktuellen physikalischen Materialparameter im neuen Zustandsvektor aufdatiert vor, so daß man auch unter gewissen Einschränkungen von einem „selbstlernenden Modell“ sprechen kann. Theoretische Modelle der Bauwerksplanung lassen sich über einen deterministischen Ansatz kalibrieren.

Kritisch anzumerken ist die Tatsache, daß das Aufstellen eines mathematisch-mechanischen Modells stets mit Hypothesen behaftet ist, was insbesondere die anzusetzenden Materialparameter und deren Stochastik betrifft. Es lassen sich nur innerhalb der *a priori* getroffenen Modellannahmen (Material-) Parameter schätzen und optimieren. Eine Divergenz des KALMAN-Filters kann auf falsche oder unzureichende Modellannahmen (z.B. Materialgesetze) hindeuten, diese aber nicht korrigieren. Die Kausalzusammenhänge zwischen Ursache und Wirkung an einem Bauwerk sind derart komplex, daß aus geodätischer Sicht die Bereitstellung eines entsprechenden Modells der finiten Elemente letztendlich das größte Problem einer deterministischen Modellierung darstellt.

## **I.3 Konzeption neuer Meß- und Auswerteverfahren**

### **I.3.1 Generelle Systemanforderungen**

Die Zielsetzung dieser Arbeit ist die Entwicklung eines geodätischen Überwachungssystems für Brückenbauwerke. Das System soll aussagekräftiger, flexibler und zugleich wirtschaftlicher sein als heutige Verfahren zur Brückenüberwachung. Daraus ergeben sich folgende Anforderungen:

- Bei der Konzeption eines geodätischen Brückenüberwachungssystems muß zweckmäßigerweise die Erfüllung der Aufgabenstellung auf Grundlage der Forderungen der „VK 1076“ (I.1.2) im Vordergrund stehen. Konkret bedeutet dies, daß die aktuelle Form des Bauwerks sowie Formänderungen in einem Frequenzbereich von Wochen-, Tages- oder Stundengängen zu ermitteln sind.
- Eine Diskretisierung des Bauwerks ist nicht anzustreben. Die Biegelinie, die die Längsachse der Brücke repräsentiert, ist möglichst als geometrisches Kontinuum zu erfassen, da ansonsten bei der numerischen Interpretation Integrationsfehler durch mangelhafte Approximation der Kurve auftreten [MÖHLENBRINK 1984].
- Der temporäre Aufwand zur Durchführung der Messungen ist nicht nur aus ökonomischen Gesichtspunkten, sondern auch aufgrund der gegebenen Restriktionen, in erster Linie ist hier der laufende Verkehr zu nennen, zu minimieren. Ein Meßverfahren, das eine längerfristige Brückensperrung voraussetzt, ist nicht akzeptabel.

- Das System sollte nicht permanent an ein Bauwerk gebunden sein. Die Einrichtung einer stationären Meßanlage auf bzw. an einem Brückenbauwerk bedeutet zum einen eine Bindung des eingesetzten Kapitals und zum anderen einen erhöhten Aufwand für Wartung sowie Schutz der Stationen gegen Witterungseinflüsse, Diebstahl oder Vandalismus.
- Die Konzeption des Systems hat zukunftsorientiert zu erfolgen. Die Sensorik des Systems soll für zukünftige Arbeiten eine Systemerweiterung auf schwingungstechnische Untersuchungen zur Erfassung hochfrequenter, durch Wind- und Verkehrsbelastungen induzierte Bauwerksbewegungen sowie bauwerksspezifischer Eigenfrequenzen ermöglichen.

### I.3.2 Einzusetzende Sensorik

Die Zielsetzung herkömmlicher geodätischer Messungen ist vorwiegend die Untersuchung von langfristigen Geometrieänderungen des Bauwerks innerhalb weniger Stunden bis hin zu mehreren Jahren. Die dabei zum Einsatz kommenden geodätischen Meßverfahren, wie z.B. das Präzisionsnivellement und das hydrostatische Nivellement, erlauben aufgrund ihrer Durchlaßcharakteristik die Überwachung dieser längerperiodischer Bewegungen des Brückenbauwerkes (Abb. I-6).

Prinzipiell ist zur Überwachung die *aktuelle Form* der Brücke zu einem bestimmten Zeitpunkt zu erfassen. Für die weitere Auswertung ist entweder aus dem Vergleich zweier Messungen eine *Änderung der Form* abzuleiten (reine Geometrieänderungen im quasi-statischen oder kinematischen Modell) oder es ist zu untersuchen, ob die *aktuelle Form* den Vorgaben einer Modellierung unter Berücksichtigung der wirkenden Einflußgrößen entspricht (dynamische Modellierung). Die Aufgabenstellung, die aktuelle Form als geometrisches Kontinuum zu erfassen, legt den Einsatz eines kinematischen Meßverfahrens nahe, das ein „Abfahren des Längsprofils“ und somit eine direkte Erfassung der Biegelinie der Brücke erlaubt. Die Auswahlkriterien für geeignete Sensoren lassen sich folgendermaßen formulieren:

- Meßdauer (Aufwand, Sensorverhalten)
- Meßrate (differentielle Diskretisierung)
- Meßbereich (max. Amplitude der zu erfassenden Bewegungen)

Neben der in 3.1 erläuterten Minimierung des Meßaufwandes muß für ein kinematisches Meßverfahren gewährleistet sein, daß sich das zu überwachende Objekt für die Dauer einer

Messung in einem statischen Zustand befindet. Für die Sensorik muß darüberhinaus die Forderung erfüllt werden, daß die angestrebte Genauigkeit des Gesamtsystems nicht durch das Driftverhalten seiner Komponenten überschritten wird. Um das Objekt hinreichend als geometrisches Kontinuum zu beschreiben, muß die Meßrate der Sensorik so hoch sein, daß sich nur differentielle Abstände zwischen zwei aufeinanderfolgenden Meßpunkten ergeben. Selbstverständlich muß der Meßbereich des Systems größer sein als das Spektrum der zu erfassenden Bewegungen.

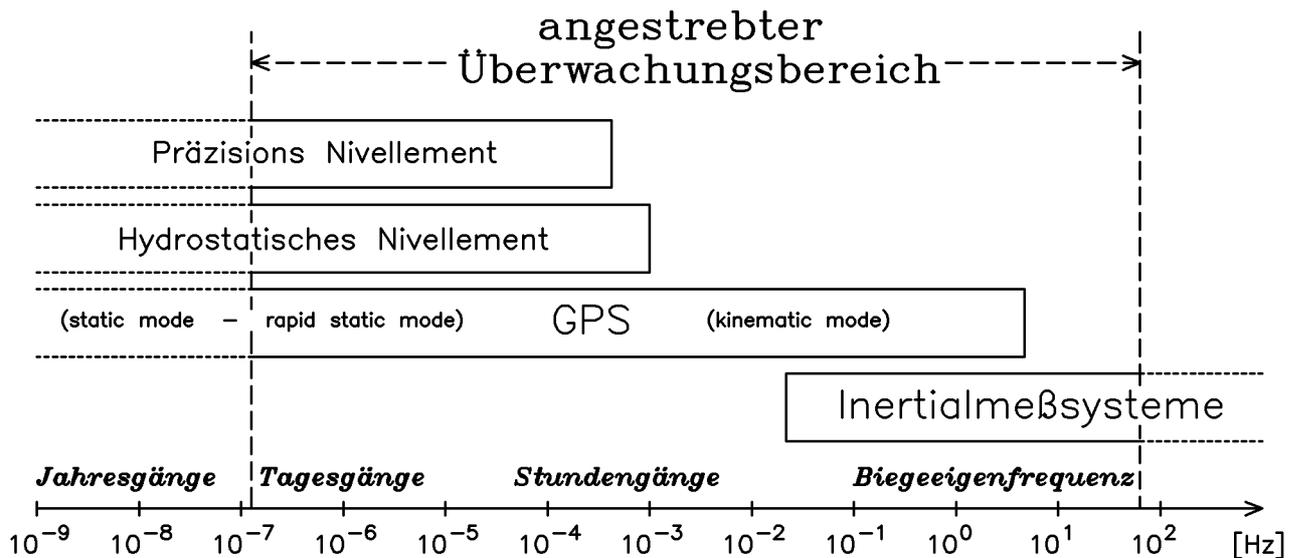


Abb. I-6: Angestrebte Frequenzbereiche bei der Brückenüberwachung

Eine Kopplung von *Inertialmeßsystemen (INS)* mit dem satellitengestützten *Global Positioning System (GPS)* bietet die Möglichkeit die Vorteile beider Systeme zu nutzen. Die über kurze Beobachtungszeiträume hohe Genauigkeit der INS und die hohe Langzeitstabilität des GPS können sich ergänzen.

Weiterhin können die geometrischen Eigenschaften des Überwachungsobjektes (hier des Brückenbauwerks) in die Auswertung einbezogen werden, um somit den Lösungsraum der INS- und der GPS-Messungen entscheidend zu begrenzen.

Durch die Überlappung im zu überwachenden Frequenzbereich kann ein hybrides Meßsystem aus INS und GPS als „zukunftsorientiert“ bezeichnet werden. Aufgrund der wechselseitigen Ergänzung seiner Komponenten ist eine Ausdehnung des Meßbereichs auf kurzperiodische, schwingungstechnische Untersuchungen denkbar (Abb. I-6).

### I.3.3 Konzept für eine praktische Umsetzung

Die Konzeption für eine praktische Umsetzung zerfällt in zwei Teilprobleme. Der Teilaspekt der „empirischen Arbeiten“ umfaßt die eigentliche Datengewinnung, was neben der Aufstellung eines geeigneten Meßkonzeptes in erster Linie den Aufbau des Meßsystems beinhaltet, wohingegen die Schwerpunkte der „theoretischen Überlegungen“ bei der Bereitstellung geeigneter Auswertemodelle sowie praktikabler Ansätze zur Datenverarbeitung liegen.

#### I.3.3.1 Vorgaben für den Aufbau des hybriden Meßsystems

Für die Realisierung eines hybriden Meßsystems sind mehrere Einzelkomponenten in geeigneter Weise zu kombinieren. Folgende Punkte charakterisieren das hier konzipierte System:

- **Sensorik:** Inertialmeßsystem bestehend aus Beschleunigungs- und Drehratensensoren sowie GPS-Empfänger.
- **Steuerung und Synchronisation:** Die Einzelkomponenten müssen gesteuert und untereinander zeitlich synchronisiert werden.
- **Datenregistrierung und automatischer Datenfluß:** Kapazität und Geschwindigkeit der Registriereinheit muß auf die Sensorik abgestimmt sein.
- **Rechnersystem:** Die benötigte Rechnerleistung richtet sich danach, ob eine Datenverarbeitung in Echtzeit oder im Postprocessing erfolgen soll.
- **Energieversorgung:** Sensorik, Steuerung und Datenerfassung sind mit ausreichend elektrischer Energie für die Dauer mindestens einer Messung zu versorgen.
- **Träger:** Alle Systemkomponenten müssen auf einem beweglichen Träger vereint werden, der die Sensorik in geeigneter Weise mit dem Meßobjekt verbindet. Alle Messungen des Systems müssen reproduzierbar sein.
- **Kalibrierung:** Sowohl die einzelnen Komponenten und deren Lage zueinander als auch das Gesamtsystem muß kalibrierbar sein.

Im Rahmen dieser Arbeit soll mittels der empirischen Messungen die noch abzuleitende Modelltheorie und deren praktikable Umsetzbarkeit belegt werden. Der Aufbau eines Testsystems hat unter diesen Voraussetzungen mit minimalem Budget zu erfolgen. Des weiteren unterliegt eine solche Arbeit zeitlichen Restriktionen. Für die Sensorik bedeutet dies, daß keine Neukonstruktion erfolgen kann, sondern daß auf handelsübliche Geräte-Lösungen zurückgegriffen werden muß. Neben bekannten GPS-Empfängern soll ein verfügbares Inertialmeßsystem bestehend aus Kreiseln und Beschleunigungsmessern (näheres siehe Abschnitt II.2) eingesetzt werden. Vorteile eines Einsatzes handelsüblicher Geräte sind, daß

einzelne Komponenten des Meßsystems austauschbar sind, daß die einzusetzenden Geräte über eigene Steuereinheiten und geeignete Datenspeicher verfügen, und daß sie separat kalibriert werden können.

Der schwierigste Punkt bei der Adaption einzelner INS- und GPS-Geräte ist die zeitliche Synchronisation untereinander. Zwar existieren diverse Hardwarelösungen (siehe Abschnitt II.3), die jedoch für bestimmte Gerätetypen spezifiziert und nicht universell einsetzbar sind. Hier muß eine flexible Lösung gefunden werden.

Die Rechnerleistung eines Versuchssystems kann minimal gehalten werden, wenn keine Echtzeit-Lösung benötigt wird und die Datenverarbeitung als reines Postprocessing betrieben werden kann. Da dies für die Testzwecke ausreichend ist, kann auf eine aufwendige Rechnerausstattung verzichtet werden.

Als Träger für das Testsystem ist der Aufbau eines Wagens notwendig. Dieser kann hinreichend groß konstruiert werden, um alle Komponenten inklusive Stromversorgung zu tragen. Er sollte manuell verfahrbar sein, da eine Motorisierung des Fahrzeugs das Meßsystem zusätzlichen Vibrationen aussetzt. Zur Verfahrung entlang des Meßobjektes (Brückenkörpers) sind verschiedene Lösungen denkbar:

- *Schienengebundene Verfahrung* (Nutzung vorhandener Gleisanlagen, wie z.B. Straßenbahngleiskörper)
- *Verfahrung mittels Brückenbesichtigungswagen* (fest am Brückenkasten installierter Wagen zur Sichtkontrolle und zur Durchführung von Montagearbeiten)
- *Freie Verfahrung auf der Brücke* (Kritisch: Abstand des Meßsystems zum Meßobjekt)

Da für eine freie Verfahrung zusätzliche Sensorik zur Feststellung des Abstands zum Meßobjekt benötigt wird, wie z.B. Ultraschall-Distanzmesser, wird für diese Lösung zusätzlicher gerätetechnischer Aufwand notwendig. Die Nutzung von Brückenbesichtigungswagen stellt zwar für die Meßtechnik kein Problem dar, ist jedoch mit größerem organisatorischen Aufwand verbunden, da Genehmigungen der Brückenbetreiber einzuholen sind. Eine schienengebundene Verfahrung erfordert keine zusätzliche Sensorik und muß nicht zwingend auf einem Brückenkörper erfolgen. Testmessungen können jederzeit auf jedem (stillgelegten) Gleis erfolgen. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit der Aufbau eines geeigneten Schienenfahrzeugs verfolgt.

### I.3.3.2 Vorgaben zur Modellbildung

Auswertemodelle für kinematische Messungen mittels GPS, INS oder auch hybrider Systeme sind in erster Linie aus der Navigation bekannt. Diese Modelle basieren im allgemeinen auf sequentiellen Ausgleichungsverfahren einzelner differentieller Meßepochen (Tastraten  $1 \dots 50 \text{ Hz}$ ) z.B. unter Anwendung der KALMAN-Filtertechnik (siehe Abschnitt II.2). Das große Manko dieser Ansätze zur Navigationslösung liegt in zwei Schwachpunkten:

- *Schwache Redundanz innerhalb der einzelnen Meßepochen.*
- *Notwendige Integrationen zur Transformation der inertialen Beobachtungsgrößen in den Objektraum lassen unvermeidliche Sensordriften und Kalibrierrestfehler exponentiell ansteigen.*

Durch die Einführung zusätzlicher Informationen *priori* inklusive deren Varianzen/Kovarianzen läßt sich, vergleichbar mit der Einführung von Bedingungsgleichungen im allgemeinen Ausgleichungsmodell, die Anzahl der Überbestimmungen in den Einzelepochen erhöhen. Als Zusatzinformationen bietet sich bei der Erfassung eines Längsprofils einer Brücke die Einführung geometrischer Randbedingungen an, wie beispielsweise die Betrachtung in einer Vertikalebene unter Anwendung von Polynom- oder Spline-Funktionen.

Die inertialen Beobachtungen (Beschleunigungen und differentielle Winkeländerungen) liegen als erste bzw. zweite Ableitungen beliebiger Funktionen nach der Zeit vor. Zur Transformation in den Objektraum werden diese Größen integriert. Da bei der Integration der Beobachtungsgrößen sowohl das Meßrauschen als auch die sensorbedingten Drift- und Kalibrierrestfehler integriert werden, steigen diese stark an. Abhilfe kann ein Auswertemodell schaffen, das eine Ausgleichung auf Ebene der Beobachtungen ohne vorherige Integration der Meßwerte erlaubt. Dazu sind mit Hilfe der Differentialgeometrie Meßgleichungen zu ermitteln, die den Zusammenhang zwischen der unbekanntem Geometrie des Brückenbauwerks mit ihren Ableitungen des Ortes (Steigung und Krümmung) und den gemessenen zeitabhängigen Größen mit ihren Ableitungen (Geschwindigkeit und Beschleunigung) herstellt.

Da keine Online-Navigationslösung benötigt wird, kann die Datenverarbeitung im Post-Processing erfolgen, so daß sich praktisch keinerlei Einschränkungen auf Grund der Rechnerkapazitäten ergeben. Das bedeutet für das Auswerteverfahren, daß obige Forderungen nicht zwingend mit sequentiellen, sondern auch mit geschlossenen Ausgleichungsansätzen

formuliert werden dürfen, was die Einführung geometrischer Randbedingungen erleichtert. Für die Bildung des funktionalen Modells ergeben sich somit keine Einschränkungen. Das Modell wird theoretisch beliebig erweiterbar und kann durch Einführung zusätzlicher Parameter und Randbedingungen speziellen Aufgaben angepaßt werden.

Obwohl unter I.3.3.1 der Einsatz handelsüblicher Geräte-Lösungen für die Sensorik festgelegt wurde und diese im allgemeinen über eigene Kalibriermöglichkeiten verfügen, dürfen bei einem hybriden Meßsystem eventuell vorhandene Kalibrierrestfehler der Komponenten nicht vernachlässigt werden. Die Flexibilität eines geschlossenen Ausgleichungsansatzes erlaubt problemlos die Einführung solcher Kalibrierparameter durch Erweiterung des Zustandsvektors, so daß das System selbstkalibrierend ausgelegt werden kann.

Die zunächst angestrebten Genauigkeiten des Systems liegen im Subzentimeterbereich.

## II Sensorik / Meßtechnik

### II.1 Grundlagen und Begriffsklärung inertialer Meßmethoden

#### II.1.1 Aufbau von Inertialmeßsystemen

Inertiale Meßsysteme, auch Trägheitssysteme genannt (*inertia* (lat.), *Trägheit*), ermöglichen die Überwachung des Bewegungsverhaltens eines Objektes gegenüber dem gravitationsfreien Inertialraum (unbeschleunigtes Bezugssystem) mit Hilfe geeigneter Sensoren.

Ein Inertialmeßsystem (INS) läßt sich als universelles Dynamometer beschreiben, in welchem in drei zueinander rechtwinkligen Achsen drei Beschleunigungen und deren Orientierung im Raum bestimmt werden [BUITKAMP 1984]. Dabei wird das Prinzip der Massenträgheit ausgenutzt, womit das Bestreben einer Masse, ihre Position im Raum beizubehalten, beschrieben wird. Aus dem Beschleunigungsvektor läßt sich durch zweimalige Integration der Ortsvektor des Objektes ermitteln. Zur Orientierung des Meßsystems muß ein geeignetes Bezugssystem festgelegt werden.

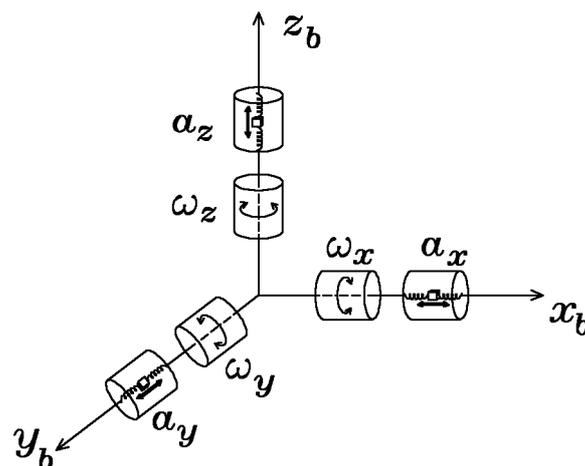


Abb. II-1: Prinzipieller Aufbau eines Inertialmeßsystems

Die zur Positionierung eines Körpers im Inertialraum benötigten Größen (3 Translationen und 3 Rotationen) werden prinzipiell mit je einem Sensor bestimmt. Drei senkrecht zueinander stehende Beschleunigungsmesser (Accelerometer  $\Rightarrow a_x, a_y, a_z$ ) spannen ein lokales Koordinatensystem auf (*Bodysystem*), dessen Rotationen ( $\Rightarrow \omega_x, \omega_y, \omega_z$ ) durch je einen Kreisel pro Achse ermittelt werden (Abb. II-1). Diese Sensoren sind mit einer Uhr gekoppelt. Man unterscheidet zwei unterschiedliche Konzepte der technischen Realisierung, *Plattformsysteme* und *Strapdown-Systeme*.

- Bei den *Plattformsystemen* sind die drehraten- und beschleunigungssensitive Aufnehmer (Kreisel und Beschleunigungsmesser) auf einer kardanisch gelagerten Plattform montiert, welche durch Servomotoren nachgestellt werden kann. Die Nachstellung erfolgt mit Hilfe eines Rechners, der die Ausgangssignale der Sensoren verarbeitet. Durch die kardanische Aufhängung wird die kreiselstabilisierte Plattform von dem bewegten Körper rotatorisch entkoppelt, was einer mechanischen Approximation des Inertialraums gleichkommt. Man unterscheidet grundsätzlich zwei verschiedene Stabilisierungssysteme für eine Plattform:
  - Die *geographische Stabilisierung (local-level)*, bei der die Plattform mit ihrer x-Achse nach Norden und mit der zur x-y-Ebene normalen Richtung entlang der Lotrichtung nachgeführt wird. (z.B. Ferranti FILS III, Sagem ULYSS 30)
  - Die *raumorientierte Stabilisierung (space stable)*, bei der die Orientierung der Plattform im Inertialraum konstant gehalten wird. Dabei nimmt die Plattform nicht an der Erddrehung teil. (z.B. Honeywell GEO-SPIN)

Vorteil der Plattformsysteme ist die geringe Auslenkung der Sensoren. Daher müssen diese nur über einen kleinen Meßbereich verfügen. Maßstabsfehler und Nichtlinearitäten werden dadurch ebenfalls klein gehalten. Die strenge Ausrichtung der sensitiven Achsen der Beschleunigungssensoren in die jeweilige Meßrichtung ermöglicht hohe Genauigkeiten. Des weiteren lassen sich Plattformsysteme durch definierte Drehung der Plattform um ihre Hauptachsen einfach kalibrieren.

Nachteilig ist der immense mechanische Aufwand für Kardanlagerung und Nachführung, der Plattformsysteme nicht nur sehr groß, sondern auch sehr teuer werden läßt.

- Bei den trägerstabilisierten *Strapdown-Systemen* sind die Sensoren des Meßsystems fest mit dem bewegten Körper verbunden, wodurch die mechanisch sehr aufwendige und empfindliche Kardanlagerung entfällt (z.B. LASERNAV II). Die Meßsysteme können somit viel kleiner und leichter konzipiert werden. Weitere Vorteile sind neben dem geringeren Energieverbrauch auch der geringere Wartungsbedarf dieser Sensoren. Nachteilig wirkt sich gegenüber den Plattformsystemen aus, daß die der gesamten Dynamik des bewegten Körpers ausgesetzten Sensoren einen sehr viel größeren Meßbereich besitzen müssen, was erhöhte Anforderungen an die Stabilität von Maßstab und Linearität der Sensoren zur Folge hat. Die exakte Kalibrierung

eines Strapdownsystems kann nur auf sogenannten „Drehtischen“ erfolgen, die Drehungen des Systems um wohldefinierte Achsen zulassen.

Für geodätische Anwendungen werden heutzutage die Plattformsysteme verstärkt durch Strapdown-Systeme verdrängt [SCHWARZ 1992].

### II.1.1.1 Beschleunigungssensoren

Beschleunigungsmesser (Acceleratoren) sind universelle Meßinstrumente, deren Einsatz sich nicht nur auf die Fahrzeugnavigation oder Inertialmeßtechnik beschränkt. Es existiert eine Vielzahl unterschiedlicher Bauformen von Beschleunigungssensoren. Allen Bauformen gemein sind jedoch drei charakteristische Komponenten:

- ▷ Eine *Prüfmasse*, deren Trägheitseigenschaften genutzt werden.
- ▷ Eine *Aufhängung*, die die Prüfmasse mit dem Gehäuse verbindet.
- ▷ Ein *Abgriffsystem*, das die Auslenkung der Prüfmasse oder die wirksamen Kräfte mit der Beschleunigung in Beziehung setzt.

Darüber hinaus verfügen fast alle Beschleunigungsmesser über eine Dämpfung, die auf die Dynamik des zu erfassenden Signals abgestimmt sein muß.

Nach Anordnung von Prüfmasse, Aufhängung und verwendetem Abgriffsystem lassen sich generell vier Konstruktionsprinzipien unterscheiden.

- *Pendel-Systeme*: Die Prüfmasse ist über ein Pendel mit dem Gehäuse verbunden. Der Pendelausschlag wird mittels kapazitiver oder induktiver Geber bestimmt und ist ein Maß für die wirkende Beschleunigung  $a$  (Abb. II-2a).
- *Feder-Masse-Systeme*: Die Prüfmasse wird im Gehäuse in Meßrichtung zwischen zwei Federn eingespannt. Unter Berücksichtigung der Federkonstante ist die Auslenkung der Prüfmasse, die mit kapazitiven oder induktiven Gebern erfaßt wird, ein Maß für die wirksame Beschleunigung  $a$  (Abb. II-2b).
- *Servo-Systeme* können sowohl als Pendel- als auch als Feder-Masse-System aufgebaut werden. Sie verfügen jedoch zusätzlich über ein Stellglied (Drehmomentmotor, Elektromagnet, o.ä.). In einem analogen Regelkreis wird der Abstand zwischen der Prüfmasse und einem Abstandssensor konstant gehalten. Bei wirkender Beschleunigung wird eine Auslenkung der Prüfmasse durch das Stellglied kompensiert. Die

notwendige „Rückstellkraft“ ist ein Maß für die Beschleunigung  $a$ ; Meßgröße ist die benötigte Stromstärke oder -spannung (Abb. II-2c).

- *Schwingsaiten-Systeme*: Zwischen der an einem Pendel aufgehängte Prüfmassa und dem Gehäuse ist eine schwingfähige Stahlsaite eingespannt. Wirkt eine Beschleunigung auf die Prüfmassa, ändert sich die mechanische Spannung der Meßsaite und damit deren Eigenfrequenz. Die Änderung der Eigenfrequenz ist ein Maß für die wirksame Beschleunigung  $a$  (Abb. II-2d). Statt mechanisch mit einer Stahlsaite läßt sich das schwingfähige Abgriffsystem auch akustisch (hochfrequente Wellen über 100 MHz) oder optisch (Fiberglas-Leiter) realisieren.

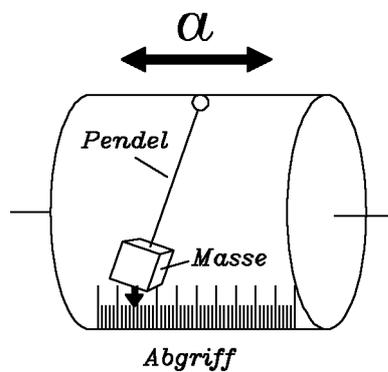


Abb. II-2a: Prinzip des Pendel-Systems

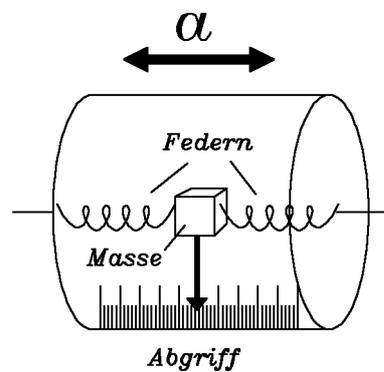


Abb. II-2b: Prinzip des Feder-Masse-Systems

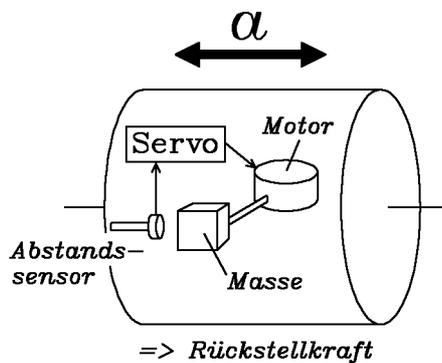


Abb. II-2c: Prinzip des Servo-Systems

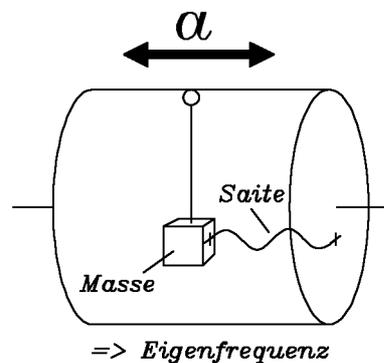


Abb. II-2d: Prinzip des Schwingsaiten-Systems

Für einen universellen Einsatz in der Inertialmeßtechnik wird eine kompakte Bauform der Beschleunigungsmesser, d.h. minimale Größe und geringes Gewicht, angestrebt. Da der Miniaturisierung von elektromechanischen Bauteilen natürliche Grenzen gesetzt sind, beschäftigen sich neuere technische Entwicklungen mit dem Aufbau sogenannter „Silicon

Accelerometer“ („Silizium-Beschleunigungsmesser“ ) [LAWRENCE 1993], [VEIJOLA et al. 1999]. Ähnlich der Chip-Herstellung von integrierten Schaltkreisen (IC's), werden auf Silizium-Wafern (Trägerscheiben) aus mikroskopisch kleinen Bauteilen komplette Pendel- bzw. Servo-Systeme hergestellt (Abb. II-3). So läßt sich heute schon ein einzelner Silizium-Beschleunigungsmesser auf einem Microchip mit einer Größe von  $8\text{ mm} \times 8\text{ mm} \times 2\text{ mm}$  unterbringen. Beschleunigungssensoren dieser Bauart werden bereits erfolgreich im Automobilbau (Antiblockiersystem, Airbagsteuerung) oder bei Sensorsystemen im Multimedia-Bereich („Sensorhandschuhe zur Gebärdenerkennung“ [VELTEN et al. 1999]) eingesetzt. Die Kosten für einen konventionellen elektromechanischen Beschleunigungsmesser belaufen sich derzeit auf etwa 1000 \$, wohingegen Silizium-Beschleunigungsmessers bereits für ca. 200 \$ hergestellt werden können. Die weitere technische Entwicklung der Silizium-Beschleunigungsmesser deutet auf dem Gebiet der Inertialmeßtechnik auf ähnlich dramatische Änderungen hin, wie sie die Entwicklung der integrierten Schaltkreise für die gesamte Elektronik zur Folge hatte.

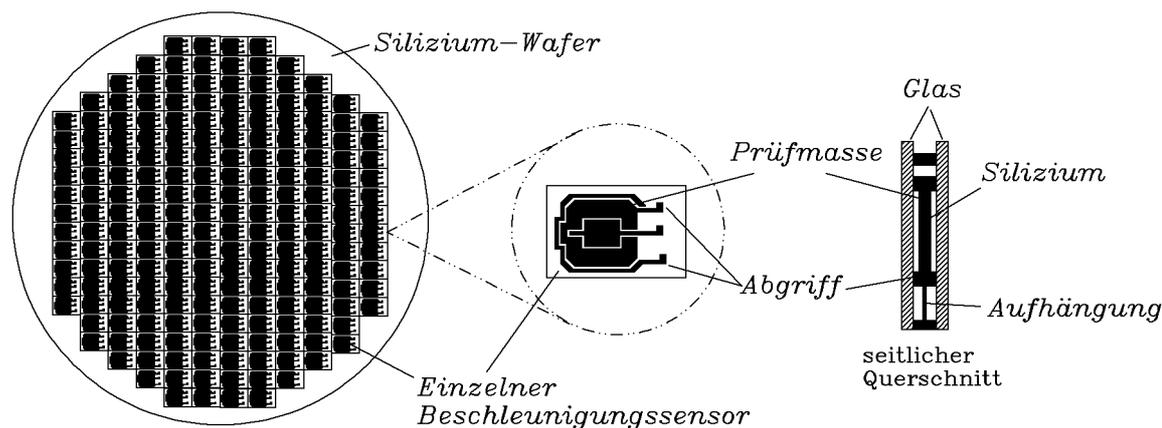


Abb. II-3: Prinzip eines Silizium-Beschleunigungsmessers nach [LAWRENCE 1993]

### II.1.1.2 Drehratensensoren (Kreiselsysteme)

Der Drehimpuls  $\mathbf{L}$  eines um eine feste Achse rotierenden Körpers ist das Produkt aus seinem Trägheitsmoment  $J$  und seiner Winkelgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}$ . Der Drehimpuls  $\mathbf{L} = J \cdot \boldsymbol{\omega}$  hat die gleiche Richtung wie die Winkelgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}$ . Bei konstantem Trägheitsmoment  $J$  des Körpers kann eine Änderung des Drehimpulses  $\mathbf{L}$  nur durch eine Änderung

der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  erfolgen und ist immer Folge eines Drehmomentes  $\mathbf{M}$ . Das momentane Drehmoment ist die erste Ableitung des Drehimpulses nach der Zeit  $\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d(J \cdot \boldsymbol{\omega})}{dt} = \dot{\mathbf{L}}$ .

Wirkt auf einen Körper mit konstantem Trägheitsmoment  $J$  kein Drehmoment  $\mathbf{M}$ , so bleiben Betrag und Richtung seiner Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  erhalten. Daraus folgt für einen frei rotierenden Körper, daß dieser die einmal eingenommene Achse seiner Rotation beibehält.

Greift ein Drehmoment  $\mathbf{M}$  senkrecht zur Rotationsachse eines Körpers an, also senkrecht zum Vektor seiner Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , so ändert dieses nicht die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Körpers sondern nur deren Richtung. Im Umkehrschluß bedeutet eine Änderung der Richtung der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Körpers, daß ein Drehmoment  $\mathbf{M}$  senkrecht zur Rotationsachse wirksam wird.

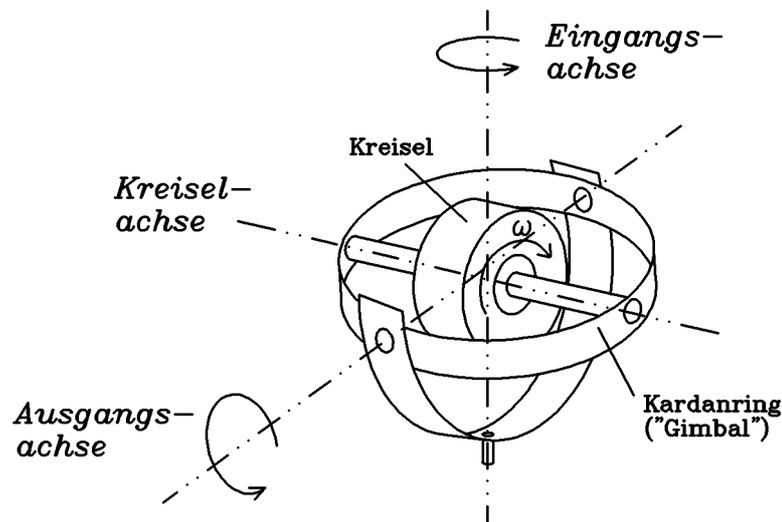


Abb. II-4: Achsen eines mechanischen Kreisels

Wird als Kreisel ein rotations-symmetrischer Körper (konstantes Trägheitsmoment  $J$ ) eingesetzt, der mit konstanter Drehzahl um seine Achse rotiert (konstante Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ ), so wird bei Änderung der Richtung der Winkelgeschwindigkeit ein Drehmoment  $\mathbf{M}$  senkrecht zur Rotationsachse wirksam, dem der Kreisel durch Änderung seiner Rotationsachse folgt. Wird der Kreisel in einem Kardan-Rahmen (Gimbal) aufgehängt, so antwortet das System bei einer Drehung um seine Eingangsachse mit einer Auslenkung um die Ausgangsachse. Diese Auslenkung ist ein direktes Maß für die auf das System wirkende Rotation (Abb. II-4).

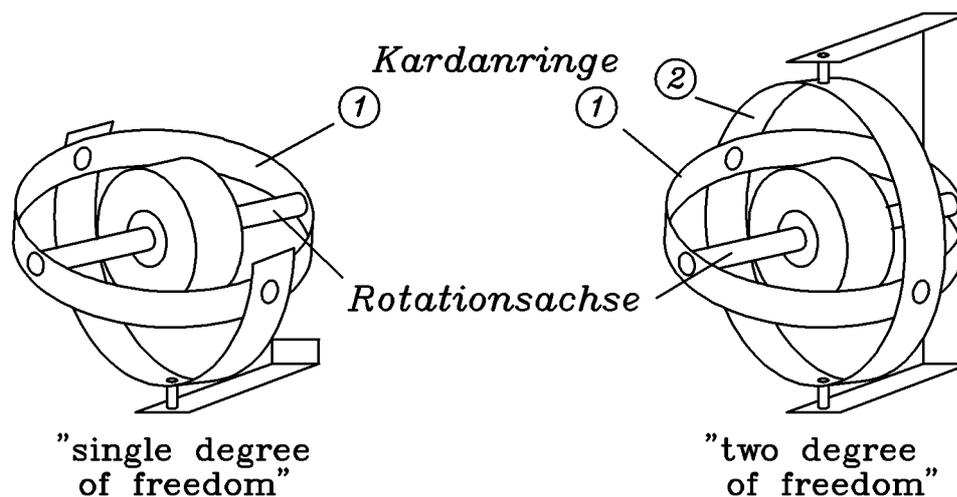


Abb. II-5: Prinzip mechanischer Kreisel mit ein- bzw. zwei Freiheitsgraden

Ein Kreisel, der außer um seine eigentliche Rotationsachse noch mittels eines einfachen Kardanrings um eine dazu senkrechte Achse drehbar gelagert ist, wird mit *Single Degree of Freedom Gyro (SDFG)* bezeichnet. Wird der erste Kardanring in einem zweiten aufgehängt so spricht man vom *Two Degree of Freedom Gyro (TDFG)* (Abb. II-5). Im Gegensatz zum *SDFG* verfügt ein *TDFG* über zwei Eingangs- bzw. Ausgangsachsen (empfindliche Achsen). Da die Rotationsachse eines *TDFG* jede beliebige Position im Raum annehmen kann, wird ein derart gelagerter Kreisel auch als *freier Kreisel* bezeichnet.

Die Bezeichnungen *SDF* und *TDF* haben sich in der Inertialmeßtechnik durchgesetzt, obwohl sie den Freiheitsgrad, der sich durch die eigentliche Rotationsachse des Kreisels ergibt, vernachlässigen. In älterer deutschsprachiger Literatur finden sich jedoch die Bezeichnungen „zweiachsige Kreisel“ für *SDFG* bzw. „dreiachsige Kreisel“ für *TDFG*.

Die Kardanlagerung hat nicht gezwungenermaßen in mechanischen Rahmen zu erfolgen. Sie kann z.B. auch elektrostatisch realisiert werden. Außerdem muß ein Kreisel nicht zwingend über einen mechanischen Rotor verfügen. Es lassen sich optische oder nukleare Kreisel konstruieren.

Mit einem Inertialmeßsystem nach Abbildung II-1 sind alle rotatorischen Bewegungen des INS um die drei Raumachsen zu erfassen. Dazu benötigt man entweder drei *SDFG* oder zwei *TDFG*. Die Verwendung von zwei *TDFG* bietet die Möglichkeit einer kompakteren Bauweise des INS und liefert zusätzlich eine redundante (vierte) Drehdateninformation. Die Wahl zwischen *SDFG* und *TDFG* ist keine Frage von Leistungsfähigkeit und Kosten, sondern hängt von der eigentlichen Aufgabenstellung ab.

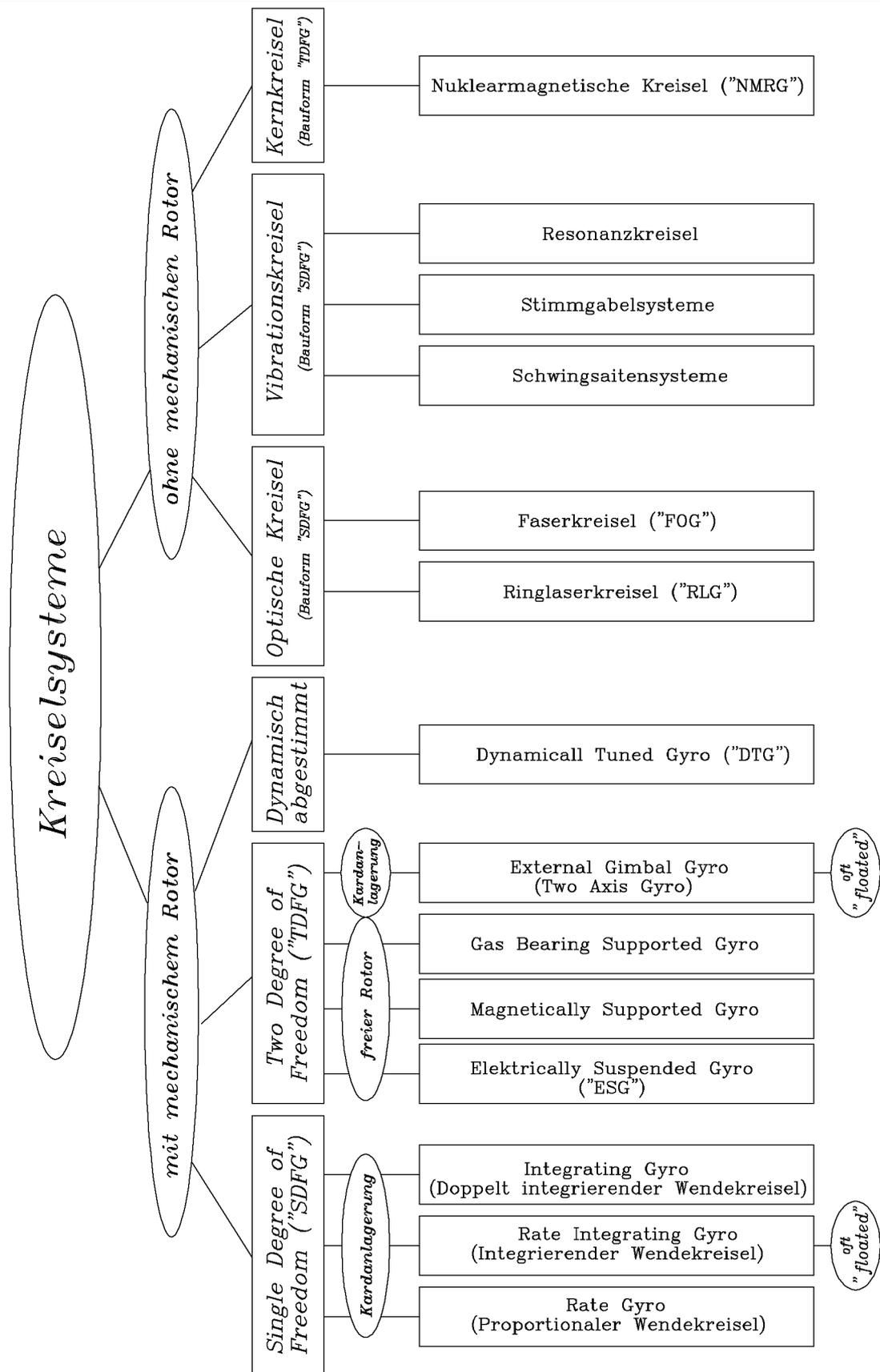


Abb. II-6: Klassifizierung von Kreiselssystemen nach ihren charakteristischen Bauformen (Nähere Erläuterungen der Bauformen im Text)

Der Rotor eines Kreiselsystems muß nicht gezwungenermaßen in mechanischen Kardanrahmen gelagert werden. Ein rotierender Körper, der in einem elektrischen bzw. magnetischen Kraftfeld „reibungsfrei“ gehalten wird, weist die gleichen Kreiseigenschaften auf, wie ein kardanisch gelagerter. Unter Ausnutzung optischer, schwingungsmesstechnischer und nuklearmagnetischer Effekte lassen sich Drehratensensoren sogar ohne starren mechanischen Rotor konstruieren. Da diese Sensoren ebenfalls ein „kreiselähnliches“ Verhalten besitzen, werden sie auch unter dem Begriff *Kreiselsysteme* geführt. Einen Überblick über die derzeit relevanten Bauformen gibt die Klassifizierung in Abbildung II-6. Eine pauschale Empfehlung, welcher Sensor für einen Einsatz in der Ingenieurvermessung prädestiniert ist, kann nicht gegeben werden. Die Auswahl eines geeigneten Kreiselsystems hat – in Abhängigkeit von der aktuellen Aufgabenstellung – nach den Kriterien der Leistungsfähigkeit, der Genauigkeit, der Zuverlässigkeit und der Kosten zu erfolgen.

### **Klassifizierung von Kreiselsystemen nach ihren charakteristischen Bauformen**

- ***Mechanische Single Degree of Freedom Gyros*** sind die am meisten verbreitete Bauform von Kreiseln. Mechanische *SDFG* mit massivem Rotor sind häufig mit einer Flüssigkeit gefüllt (*Floated Gyros* Abb. II-7), die sowohl zur Dämpfung als auch zur Lagerung dient. Im Falle eines *floated SDFG* läuft der Rotor in einem abgedichteten Gimbal (Kardanrahmen), der selbst in einer Flüssigkeit taucht. Rotor und Gimbal bilden zusammen den sogenannten „Float“ („Schwimmer“) dessen Gewicht auf das spezifische Gewicht der Flüssigkeit abgestimmt ist, so daß er in ihr „schwebt“. Massenzentrum des Floats und das Zentrum seiner Auftriebskräfte fallen zusammen, so daß ein Kräftegleichgewicht herrscht. Ist der Float exakt austariert, werden die Reibungskräfte an der Ausgangsachse zu Null und man erhält einen Kreiselsensor von höchster Sensitivität.
  - Der *Rate Gyro* (*Drehratenkreisel* bzw. *Proportionaler Wendekreis*) entspricht dem Prinzip von Abbildung II-4, wobei der Ausgangs-Kardanrahmen zusätzlich über ein elastisches System (z.B. Feder) mit dem Gehäuse verbunden („gefesselt“) ist. Durch den Einfluß der elastischen Fesselung, der gegenüber den Einflüssen weiterer Dämpfungseinrichtungen dominiert, erhält man als Ausgangssignal den Neigungswinkel des Kardanrahmens proportional zu der auf den Sensor wirkenden Winkelgeschwindigkeit („input rate“, Eingangssignal).
  - Beim *Rate Integrating Gyro* (*Integrierender Wendekreis*) wird statt der Federfes-

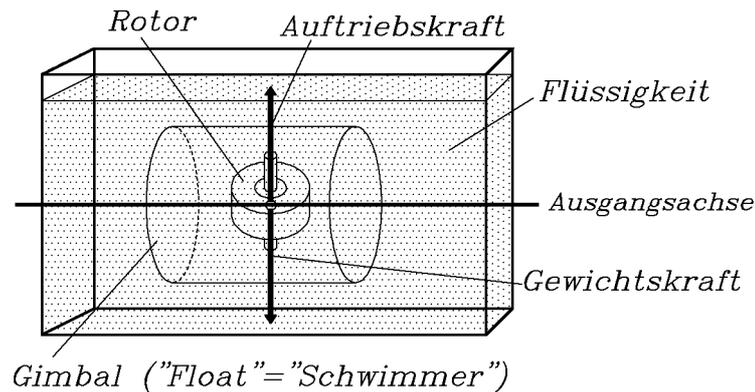


Abb. II-7: Prinzip eines „floated Gyros“

selung ein Servosystem eingeführt. Es wird ein Drehmoment gleicher Größe mit entgegengesetztem Vorzeichen zu dem Drehmoment des Ausgangsrahmens erzeugt. Das Ausgangssignal ist der dazu benötigte Strom. Statt des Einflusses der Federfesselung dominiert hier der Einfluß der starken Dämpfung. Theoretisch ist der Neigungswinkel des Ausgangs-Kardanrahmens proportional zu dem auf den Sensor wirkenden Drehwinkel (Eingangssignal). Praktisch wird über das Servosystem der Kardanrahmen in Null-Lage gehalten. Dies kann durch die Servovorrichtung eines Plattform-Systems oder durch einen Servo innerhalb des Sensors erfolgen. Letztere Bauform wird auch als *differenzierender Wendekreis* bezeichnet und findet Anwendung in Strapdown-Systemen.

- Ein *Integrating Gyro* (*Doppelt Integrierender Wendekreis*) verfügt formal weder über eine Federfesselung noch über eine Dämpfung. Sein Ausgangssignal (Neigungswinkel des Kardanrahmens) ist proportional zum Zeitintegral über die wirkenden Drehwinkel (Eingangssignal).

- **Mechanische Two Degree of Freedom Gyros mit massivem Rotor**

- Der *External Gimbal Gyro* (*Kreisler mit außenliegendem Kardanrahmen*) entspricht dem in Abbildung II-5 dargestellten Prinzip eines TDFG. Der elektrisch motorisierte Kreislerkörper ist innerhalb der Kardanringe aufgehängt und wird über Schleifkontakte bzw. flexible Kabel mit Strom versorgt. Da der Kreislerdurchmesser relativ zur Gesamtgröße des Sensors sehr klein ist, sind die innerhalb eines solchen Sensors auftretenden Winkelmomente relativ klein. Daher kommen solche Kreisler auch kaum in der Inertialnavigation zum Einsatz.
- Einen *Two Axis Floated Gyro* erhält man, indem man einen *SDFG* mit kugelförmigem

Float über einen zweiten Kardanrahmen mit dem Gehäuse verbindet. Dieser zweite Kardanrahmen wird aus speziellem Material gefertigt (z.B. Magnesium oder Beryllium), so daß sich sein Gewicht und sein Auftrieb in der Flüssigkeit gegeneinander aufheben. Der Abgriff befindet sich teilweise innerhalb der Flüssigkeit. Da das Anbringen eines Drehmomentengebers eines Servosystems innerhalb der Flüssigkeit technisch nur schwerlich realisierbar ist, werden *floated TDFG* nur in Plattformsystemen eingesetzt.

- *Free Rotor Gyros (Kreisel mit freiem Rotor)* verfügen über einen rotationssymmetrischen Rotor, dessen Trägheitsmomente in alle Achsrichtungen gleich sind. Oft handelt es sich um einen Hohlkörper (dient zur Gewichtsreduktion), der im Ruhezustand ein Rotationsellipsoid darstellt und erst in Rotation unter den angreifenden Zentrifugalkräften eine exakte Kugelform annimmt. Er wird nicht mechanisch gelagert sondern auf einem Gasfilm oder in einem elektrostatischen bzw. magnetischen Feld schwebend gehalten. Kapazitive oder photoelektrische Abgriffe detektieren Winkeländerungen zwischen Rotor und Gehäuse in zwei Achsen (*TDFG*), die mittels der Ausrichtung der *Plattform* oder über eigene Servosysteme des Kreiselsensors bei *Strapdown-Systemen* zurückgestellt werden.

- ★ In einem *Electrostatically Supported Gyro (ESG)* (*elektrostatisch gelagerter Kreisel*) wird unter Vakuum eine Beryllium-Kugel (Rotor) in einem elektrischen Feld gelagert, das von drei, entlang der Hauptachsen angeordneten Elektrodenpaaren erzeugt wird. Die Spannung der Elektroden wird über ein Servo-System gesteuert, um den Rotor zentrisch zu halten. Zusätzliche Spulen erzeugen ein rotierendes Magnetfeld, das in der Kugel Wirbelströme induziert und diese rotieren läßt (*induktiver Motor*). Hat der Kreisel seine Nenndrehzahl erreicht, wird der Induktionsstrom abgeschaltet, so daß sich der Rotor im Freilauf mit konstanter Drehzahl befindet. Eventuelle Reibungsverluste werden mit den Elektroden ausgeglichen.

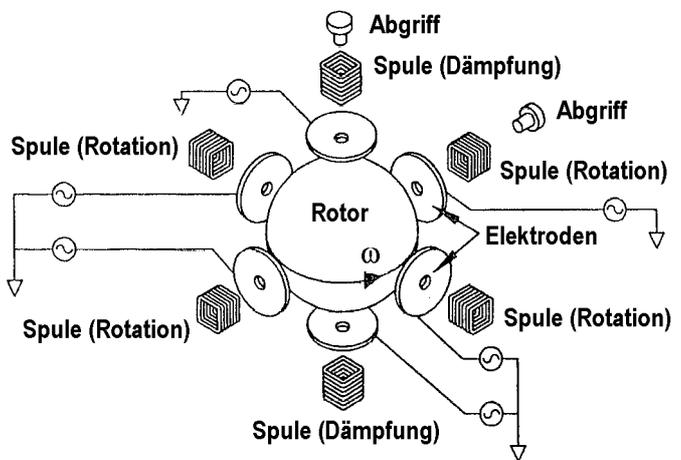


Abb. II-8: Prinzip des Electrostatically Gyro nach [LAWRENCE 1993]

- ★ *Magnetic Supported Gyros* (magnetisch gelagerte Kreisel) lassen sich in zwei Gruppen unterteilen: Kreisel die mit Elektromagneten arbeiten sowie *Cryogenic Gyros* (kryogene bzw. supraleitende magnetische Kreiselssysteme).

Mit elektromagneten arbeitende Kreisel besitzen drei orthogonal angeordneten Paaren von Elektromagneten und einen Rotor aus ferromagnetischem Material. Die Stellung des Rotors wird über ein Abgriffsystem erfaßt und mittels der Elektromagneten zurückgestellt. Dabei durchdringt jedoch das magnetische Feld den ferromagnetisch „weichen“ Rotor und es treten Koerzitivkräfte ( $\implies$  Hysterese-Effekte) auf, so daß nicht von einem wirklich frei gelagerten Rotor gesprochen werden kann.

Kryogene Kreiselssysteme basieren auf den aus der Tiefsttemperaturtechnik bekannten Effekten, daß gewisse Metalle bei Temperaturen um  $0^\circ K$  supraleitend sind (keinen elektrischen Widerstand aufweisen) und daß keine magnetische Induktion auftritt. Es lassen sich dauerhaft Ladungen auf Oberflächen bringen, so daß ein Rotor frei in einem Magnetfeld gelagert werden kann. Durch den immensen Aufwand zur Kühlung eines solchen Systems auf Temperaturen nahe  $0^\circ K$  sowie die Empfindlichkeit gegen äußere Magnetfelder sind kryogene Kreiselssysteme für die Praxis bedeutungslos.

- ★ Der *Gas Bearing Gyro* (*Gasfilm gelagerter Kreisel*) besitzt einen induktiv angetriebenen kugelförmigen Rotor, an dessen Äquator eine Art Schwungrad angeflanscht ist. Ober- und unterhalb des angeflanschten Schwungrads läuft der Rotor in zwei Halbschalen auf einem dünnen Gasfilm (Wasserstoff, Helium). Winkeländerungen zwischen Rotor und Gehäuse werden kapazitiv abgegriffen. Konstruktionsbedingt ist der Meßbereich eines solchen Kreisels viel kleiner als der eines *ESG*, weshalb sich ein *Gas Bearing Gyro* nur für Plattformsysteme eignet.

- Beim ***Dynamically Tuned Gyro (DTG)*** (*Dynamisch abgestimmter Kreisel*) wird ein axialsymmetrischer Rotor über zwei Torsionsfedern mit dem „innenliegenden“ Kardanrahmen verbunden. Der Kardanrahmen selbst wird über zwei Torsionsfedern an die mit dem Gehäuse verbundene Antriebswelle gekoppelt, die in einem gehäusefesten Motor endet (Abb. II-9). Wird der Rotor um eine Achse gedreht, die von der Rotationsachse der Antriebswelle abweicht, antwortet der Kardanrahmen mit zyklischen Oszillationen um die Rotor-Ebene. Dabei werden die Torsionsfedern „aufgezogen“ und ihre positive Federkonstante produziert ein Drehmoment. Dem entgegen steht ein Drehmoment durch die Trägheit des Rotors, das wie eine Feder mit negativer

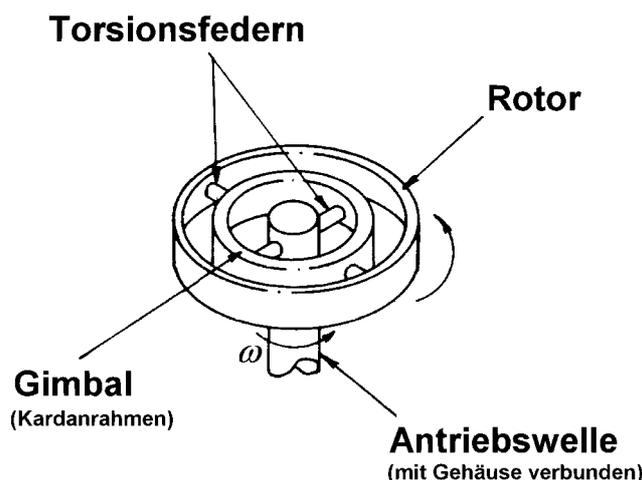


Abb. II-9: Prinzip des dynamisch abgestimmten Kreisels

Federkonstante wirkt und abhängig von der Kreiseldrehzahl ist. Sind die Federkonstanten der Torsionsfedern auf die Kreiseldrehzahl abgestimmt (tuned), so ist der Rotor von den Lagermomenten und somit vom Gehäuse entkoppelt und verhält sich wie ein „freier Kreisel“. Die Lageänderungen des Rotors werden mit zumeist kapazitivem Abgriff erfaßt und durch Ausgleichsbewegungen der Plattform – bzw. in Strapdown- Systemen über elektromagnetische Servos – kompensiert.

- **Optische Kreisel** haben die Vorteile, daß keine bewegten Bauteile verwendet werden, was sie weniger anfällig für Schäden und Verschleiß macht, und daß sie über einen großen Meßbereich verfügen. Ihr Funktionsprinzip beruht auf dem in Abbildung II-10 dargestellten SAGNAC-Effekt.

Ein Lichtstrahl wird geteilt, die beiden sich ergebenden Strahlen werden in entgegengesetzter Richtung auf eine geschlossene Umlaufbahn geschickt und wieder gemeinsam auf einer Projektionsfläche zur Interferenz gebracht. Wird das System gedreht, so wird sich der Laufweg des in Drehrichtung laufenden Wellenzuges verlängern, während der gegen die Drehrichtung laufende Wellenzug einen kürzeren Laufweg zurückzulegen hat. Die Änderung der Laufwege führt zu einer Verschiebung der Interferenzstreifen auf der Projektionsfläche, die proportional zur Drehgeschwindigkeit des Systems ist.

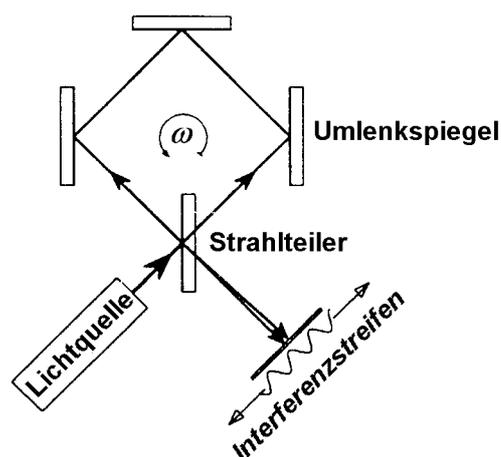


Abb. II-10: Prinzip des SAGNAC-Interferometers

- In einem *Fibre Optic Gyro (FOG)* (*Faserkreisel*) wird der Nachteil des SAGNAC-Interferometers, daß der nur einmalige Umlauf der Lichtstrahlen eine geringe Sensitivität mit sich bringt, dadurch ausgeglichen, daß das Licht durch eine Spule aus optischen Fasern (Fiberglas) den Weg mehrfach umläuft. Ausgewertet wird, wie beim SAGNAC-Interferometer, die Verschiebung der Interferenzstreifen (Abb. II-11). Eine weitere Möglichkeit der Auswertung besteht darin, den Phasenunterschied der beiden gegenläufigen Wellenzüge stets zu „Nullen“ . Bei einer Drehung des Systems wird durch die Laufwege unterschiedlicher Länge ein Wellenzug gegenüber dem gegenläufigen um einen gewissen Betrag phasenverschoben sein. Ändert man die Wellenlänge (und damit die Frequenz) eines der beiden Lichtstrahlen, so kann die Phasenverschiebung am Detektor zu Null gesetzt werden. Die Laufwegsänderung wird in eine Frequenzänderung umgesetzt.

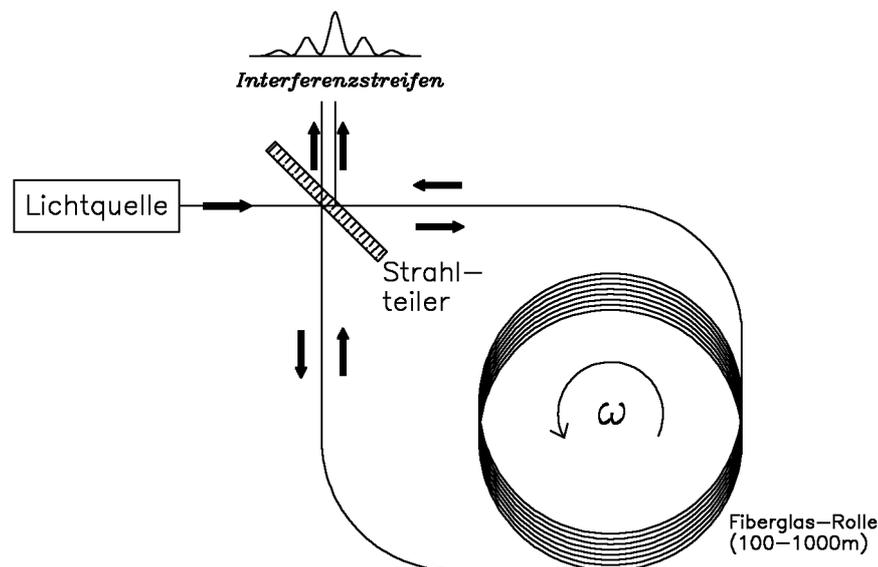


Abb. II-11: Prinzip des optischen Faserkreisels

- Der *Ring Laser Gyro (RLG)* (*Ringlaserkreisel*) beruht ebenfalls auf dem Prinzip des SAGNAC-Interferometers. Die Lichtstrahlen werden jedoch nicht nach einem Umlauf ausgekoppelt, sondern zirkulieren kontinuierlich in dem System. Bei einem *Laser* (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* = „Lichtverstärker“) wird die schon 1917 von EINSTEIN erkannte Wechselwirkung zwischen Photonen und Elektronen in der Hülle von Atomen ausgenutzt. Trifft ein Photon geeigneter Energie auf ein nicht angeregtes Atom, so kann das Photon (Quant) von einem Elektron absorbiert werden. Das Elektron springt auf das nächst höhere Energieniveau und das Atom ist angeregt. Das angeregte Atom wird nach seiner cha-

rakteristischen mittleren Verweilzeit in seinen Grundzustand zurückspringen und die dabei freiwerdende Energie in Form eines Photons abstrahlen. Trifft ein Photon geeigneter Energie auf ein angeregtes Atom, so kann das Atom zum Abstrahlen gerade dieser Energie angeregt werden, so daß zwei Photonen gleicher Energie mit gleicher Frequenz (Wellenlänge) sowie gleicher Phasenlage und gleicher Polarität existieren (stimulierte Emission). Ein aktives Medium, in dem mehr Atome angeregt als im Grundzustand sind, erhöht die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon geeigneter Energie auf ein angeregtes Atom trifft und sich verdoppelt. Es wirkt verstärkend auf die Strahlung. Bringt man an den Enden des aktiven Mediums zwei Spiegel an, so werden die Photonen, die senkrecht auf die Spiegel auftreffen, wieder zurückgeworfen und erneut durch die stimulierten Emissionen verstärkt. Zwischen den Spiegeln überlagern sich die hin- und herlaufenden Wellenzüge zu einer stehenden Welle. Dadurch wird dieser Raum zu einem optischen Resonator. Der Abstand der Spiegel ist genau  $\frac{\lambda}{2}$ .

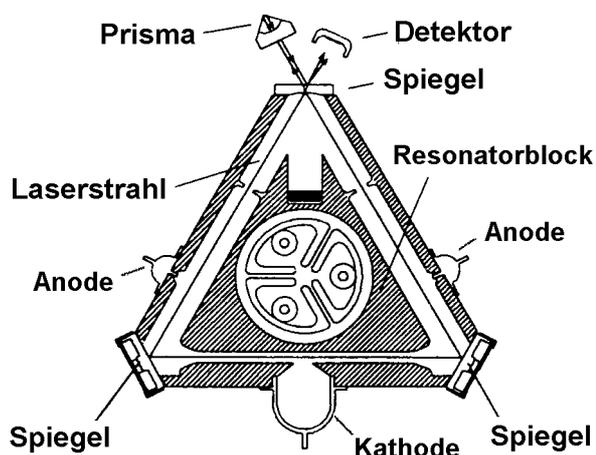


Abb. II-12a: Prinzipskizze eines Laserkreiselblocks

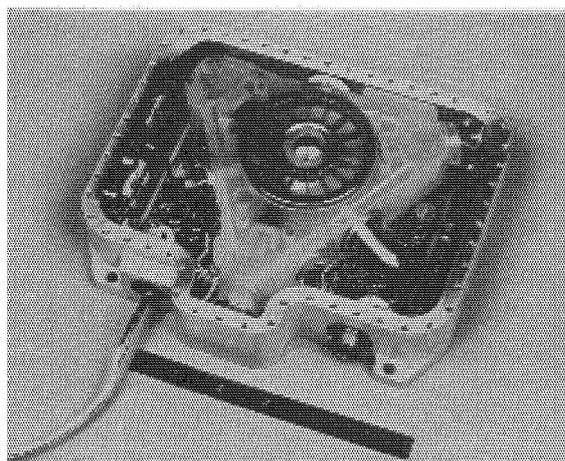


Abb. II-12b: HONEYWELL Laserkreisel der 1300'er-Klasse [SAVAGE 1978]

Ordnet man drei oder mehr Spiegel in geeigneter Weise an, so zirkuliert das Licht durch das Verstärkungsmedium (Abb. II-12a). Es lassen sich zwei gegenläufige Wellenzüge generieren. Ist die Länge des zu umlaufenden Weges ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$ , so wird die konstruktive Resonanzbedingung erfüllt und die beiden Wellenzüge überlagern sich zu einer stehenden Welle. Man erhält einen *Ringlaser*. Das Umlaufsystem wird in einem Glasblock realisiert, der gleichzeitig eine Laserröhre darstellt (Abb. II-12b). Bei einer Drehung verändert sich aufgrund des SAGNAC-Effekts der Laufweg der Signale. Damit die Resonanzbedingung erfüllt bleibt, muß sich die Wellenlänge bzw. die Frequenz der Signale ändern.

Ergebnis ist eine Umsetzung der Laufwegsänderung in eine Frequenzänderung, die als durchlaufende Interferenzstreifen („optische Schwebung“) pro Zeiteinheit im Detektor ausgezählt werden und wie beim „integrierenden Wendekreisel“ als kleine Winkel pro Zeiteinheit zu deuten sind.

Eine vereinfachte Sichtweise deutet die stehende Welle des RLG als „inertialen Bezug“, d.h. als tatsächlich stationär im Raum, während sich die Welt um sie herum dreht. Bei einer Drehung des RLG wird ein Photodetektor an den Wellenbäuchen bzw. -tälern der stehenden Welle vorbeigeführt und man kann durch Abzählen der Hell-Dunkel-Maxima pro Zeiteinheit direkt auf die Winkelgeschwindigkeit des Sensors schließen (Abb. II-13).

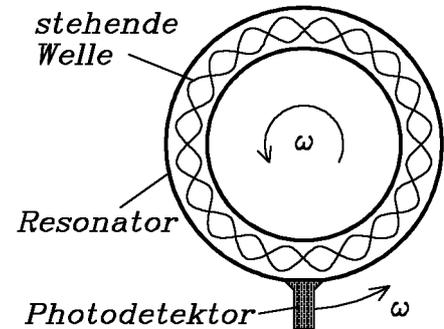


Abb. II-13: Abgriffsprinzip des Laserkreisels

- **Vibrationsdrehratengeber** lassen sich mit geringem mechanischem Aufwand kostengünstig herstellen und sind sehr robust. Sie verfügen über keine mechanischen Rotoren im herkömmlichen Sinne und sind nicht mit Gas oder Flüssigkeit gefüllt.
  - *Schwingsaiten-Systeme* nutzen den Effekt, daß eine schwingende Saite stets in einer Ebene oszilliert. Dreht man die Saite um ihre eigene Längsachse, so wird die Oszillationsebene ihre Lage im Raum beibehalten. Die Saite verhält sich wie ein *Foucault'sches Pendel* mit minimaler Eigendynamik [LAWRENCE 1993]. Bei konstanter Drehung der schwingenden Saite wird durch die Coriolis-Beschleunigung eine Oszillation senkrecht zur ursprünglichen Oszillationsebene auftreten, deren Amplitude proportional zur Drehung ist. Leider ist die Eigendynamik der Saite viel kleiner als die wirksamen Fehlereinflüsse, so daß dieses Prinzip für die Inertialvermessung noch nicht erfolgreich umgesetzt wurde.
  - Bei einem nach dem *Tuning Fork Principle* arbeitenden System (*Stimmgabelsystem*) schwingen die beiden Zinken einer symmetrischen Stimmgabel mit gegenläufiger Phase in einer Ebene. Unter Rotation der Stimmgabel treten – analog zum Schwingsaitensystem – durch die wirkende Coriolisbeschleunigung Oszillationen senkrecht zur ursprünglichen Oszillationsebene auf, deren Amplitude proportional zur eingehenden Drehrate ist (Abb. II-14). Neben der von den Schwingsaitensystemen bekannten Problematik, daß durch die geringe Eigendynamik das Outputsignal leicht

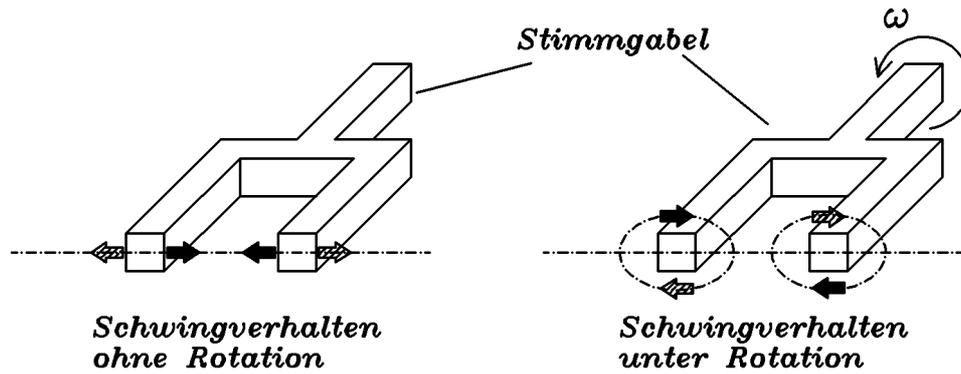


Abb. II-14: Winkelsensor nach dem Prinzip einer Stimmgabel

im Rauschen der Fehlersignale untergehen kann, besteht für Stimmgabelsysteme aus Metall das Problem, daß die Zinken Temperatureinflüssen unterliegen. Außerdem werden sehr hohe Anforderungen an die Fertigung und an die mechanische Stabilität gestellt, da schon kleine Abweichungen der Zinken aus der Oszillationsebene störende Drehmomente hervorrufen. Neuere Forschungsarbeiten (z.B. [GRÉTILLAT 1998]) beschäftigen sich mit der Herstellung der Stimmgabel aus kristallinen Quarzstrukturen (Silizium) mit piezoelektrischem Abgriff analog zu den bereits in II.1.1.1 vorgestellten „Silizium-Beschleunigungsmessern“.

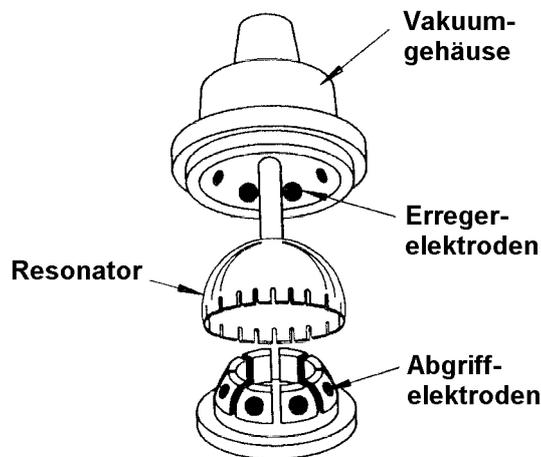


Abb. II-15: Prinzip eines Resonanzkreisels nach [LAWRENCE 1993]

- In *Resonator Gyros (Resonanzkreiseln)* verwendet man eine glockenförmige „schwingfähige“ Schale (Resonator), die über Elektroden zu Schwingungen mit ihrer Eigenfrequenz angeregt wird (Abb. II-15). Entlang des Schalenrandes bildet sich eine stehende Welle aus. Bei Rotation der Schale bleibt diese Welle nicht stabil im Raum. Ihre Schwingungsknoten wandern unter der wirkenden Coriolisbeschleunigung entlang des Schalenrandes. Die Knoten rotieren jedoch mit einer geringeren Winkelge-

schwindigkeit als die Schale. Die relative Lage der Schwingungsknoten bzw. -bäuche zu dem Gehäuse wird über kapazitive Abgriffe ermittelt.

- ***Nuclear Magnetic Resonance Gyros (NMRG)*** (*Kernkreisel, Nuklear Magnetische Resonanzkreisel*)
  - Der seit Entdeckung der Kernspinresonanz im Jahre 1946 bekannte Effekt, daß in einem Magnetfeld hochfrequent angeregte Atomkerne Präzessionsbewegungen ausführen, ermöglicht die Nutzung dieser atomaren Kreisel als Rotationssensoren. NMRG sind Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten und haben für die Anwendung in kommerziellen Inertialmeßsystemen noch keine Bedeutung. Die Beschreibung eines erfolgreichen Prototypen findet sich z.B. in [WÄCKERLE et al. 1995].

### II.1.1.3 Fehlerbudget inertialer Sensoren

Ein Inertialmeßsystem nach Abbildung II–1 liefert mit einer hochfrequenten Meßrate (z.B. 50 Hz) je Epoche sechs Meßgrößen: Drei Translationen und drei Rotationen. Bei den vom INS ausgegebenen Daten handelt es sich in den seltensten Fällen um wirkliche „Rohdaten“. Im INS durchlaufen die abgegriffenen Signale der Einzel-Sensoren ein internes Preprocessing, das neben der Analog/Digital-Wandlung zumindest das Anbringen von Korrektur- und Kalibrierwerten mit einschließt. Da kommerzielle INS ursprünglich zumeist als reine Navigationssysteme konzipiert wurden, kann das interne Preprocessing noch sehr viel umfangreicher angelegt sein und beispielsweise auch Glättungs- bzw. Filterfunktionen mit einschließen. Die auf die Rohdaten angewandten Routinen werden von den INS-Herstellern i.d.R. nicht veröffentlicht, so daß der Nutzer eines kommerziellen INS akzeptieren muß, daß die ihm zur Verfügung stehenden Output-Daten mehr oder weniger ein Blackbox-System durchlaufen haben. Aus diesem Grunde liegen auch die Genauigkeitsangaben für die ausgegebenen Meßwerte nur als Erfahrungswerte für Navigationsanwendungen (theoretische Standardabweichungen) vor und entstammen keiner strengen Varianz/Kovarianz-Fortpflanzung.

Für den Einsatz von INS für spezielle Anwendungen in der Ingenieurvermessung sind nicht die gleichen Fehlereinflüsse zu berücksichtigen, die bei Navigationsanwendungen relevant sind. Umgekehrt können unter extremen Meßbedingungen Sensorfehler auftreten, die für den Navigationsfall ohne Bedeutung sind. Auch die Output-Daten können noch Kalibrierrestfehler enthalten. Diese drei Aspekte sind bei der Aufstellung eines mathematischen Auswertemodells zu berücksichtigen. Die Modellierung der systematischen Anteile

erfolgt innerhalb des funktionalen Modells. Die nicht erfaßbaren systematischen sowie die zufälligen Anteile fließen in das stochastische Modell ein ( $\implies$  Abschnitt III). In jedem Falle ist zur Modellierung eine detaillierte Kenntnis der einzelnen Sensorfehler und deren Auswirkungen vonnöten. Die folgende Liste soll einen Überblick über die wichtigsten Sensorfehler geben. Auf Grund der stets fortschreitenden technischen Entwicklung kann kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben werden.

### Fehler inertialer Sensoren:

- Der *Maßstabsfehler* (*Skalenfaktor*) bezeichnet das Verhältnis zwischen dem wirkenden Eingangssignal ( $I$ ) und gelieferten Ausgangssignal ( $O$ ) des Sensors. Er wird als linearer Quotient  $K = \frac{O}{I}$  angegeben (Abb. II-16).

Bei einigen Sensoren erhält man für positive Eingangssignale einen anderen Skalenfaktor als für negative. Dieser Effekt wird als *Scale Factor Asymmetry* bezeichnet.

Sind zur Angabe der Skalierung quadratische Funktionen oder Funktionen höherer Ordnung notwendig, spricht man von *Non-Linearity Errors* (*Nichtlinearitätsfehlern*).

Aus den Residuen einer Kalibrierung werden zwei Qualitätskriterien für inertielle Sensoren abgeleitet: Die Standardabweichung der Residuen einer Kalibrierung, die als *Standard Error* bezeichnet wird, und der sogenannte *Composite Error* („Mischfehler“), der als Quotient aus dem maximalen Residuum und der Länge des gesamten Meßbereichs definiert ist. Der *Composite Error* ist ein Kriterium für die nicht modellierbaren Restfehler des Sensors, die beispielsweise auf Hysterese-Effekte und mangelnde Auflösung zurückzuführen sind.

Bei einem Beschleunigungsmesser wird ein Maßstabsfaktor nur unter tatsächlicher Beschleunigung des Sensors oder bei sich ändernder Schwerkraft deutlich. Für nahezu gleichförmige Bewegungen wirkt sich hier ein Maßstabsfehler wie ein *Bias* aus.

- Der *Nullpunktsfehler* (*Bias* oder *Zero Offset*) der Sensoren bezeichnet den Unterschied zwischen dem mechanischen Nullpunkt des Sensors und dem elektrischen Abgriff. Der *Bias* ( $B$ ) ist als Additionswert zum Eingangssignal ( $I$ ) definiert:  $B + I = \frac{O}{K}$  (Abb. II-16).

Für Beschleunigungsmesser beschreibt der *Bias* die Differenz zwischen mechanischer Null-Lage der Prüfmasse und dem elektrischen Nullpunkt des Abgriffs. Ein nicht kompensierter *Bias* führt zu einem Streckenfehler ( $\Delta s = \frac{1}{2} \cdot B \cdot \Delta t^2$ ).

Der Additionswert eines Kreisels täuscht mit fortschreitender Meßdauer eine ständige Rotation des Systems vor.

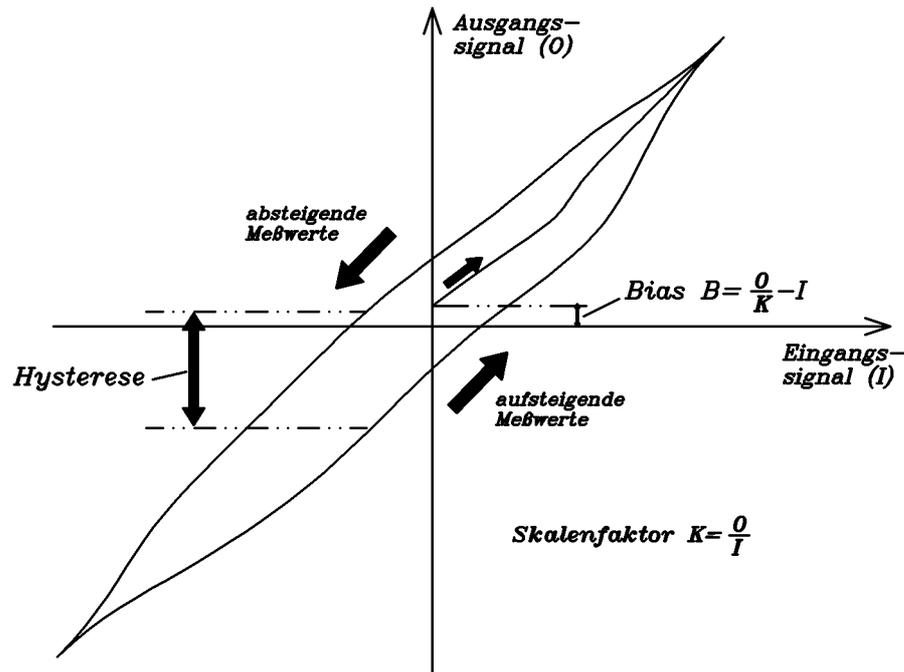


Abb. II-16: Definition von Skalenfaktor, Bias und Hysterese nach [LAWRENCE 1993]

- Die *Hysterese* beschreibt das Zurückbleiben der angezeigten Werte in Abhängigkeit von der physikalischen Meßgröße oder -richtung. Konkret läßt sich für inertielle Sensoren der Effekt beobachten, daß ansteigende Meßwerte stets zu klein und absteigende Meßwerte stets zu groß angezeigt werden. Die maximale Differenz zwischen der Meßkurve bei ansteigenden Meßwerten und der Kurve bei absteigenden Werten wird als *Hysterese Error* angegeben (Abb. II-16).
- Als *Tilt Misalignment* wird eine falsche Horizontierung des INS zu Beginn der Messung bezeichnet, die sich bei Plattformsystemen wie ein *Bias* der nicht horizontierten Beschleunigungssensoren bemerkbar macht.
- *Random Drift* ist definiert als die empirische Standardabweichung des Ausgangssignals des Sensors in einem bestimmten Zeitintervall bei konstantem Eingangssignal. In der Regel wird das Ausgangssignal des Sensors in Ruhestellung aufgezeichnet, woraus die Standardabweichung berechnet wird. Wird das Zeitintervall direkt nach Einschalten des Sensors gewählt, so spricht man von *In Run Drift*, um das Einlaufverhalten des Sensors zu charakterisieren.
- *Day to Day Drift* ist eine Angabe für die Langzeitstabilität der Kalibrierung eines Sensors. Berücksichtigt werden sowohl langsame Änderungen, die auf die Alterung

von Bauteilen zurückzuführen sind, als auch kurzfristige Effekte, die durch Stöße und Vibrationen während des Gerätetransports verursacht werden können.

- *Rotationseffekte*: Die Sensoren in Strapdown-Systemen sind allen Winkelbeschleunigungen des Trägers ausgesetzt. Daher wirken Drehmomente auf Bauteile, die in einem Drehpunkt aufgehängt sind, wie dies für alle Bauformen von Pendel-Beschleunigungsmessern zutrifft. Diese Drehmomente werden von den Sensoren als „falsche“ Beschleunigungssignale angezeigt. Die ursächlichen Rotationsbeschleunigungen des Inertialmeßsystems werden jedoch von den anderen Sensoren des Systems, den Kreiseln erfaßt, so daß sich die Fehler rechnerisch kompensieren lassen. Ein weiterer rotatorischer Effekt, die sogenannte *Anisoinertia*, tritt in Strapdown-Systemen bei Sensoren mit ungleichmäßig geformten Prüfkörpern auf. Hier wirken ungleiche Trägheitsmomente an den einzelnen Achsen ( $x, y, z$ ) des Körpers, so daß eine Rotation des Körpers um eine beliebige Achse zu unterschiedlichen Zentrifugalbeschleunigungen des Körpers in  $x, y$  und  $z$  führt. Diese unterschiedlichen Zentrifugalbeschleunigungen führen zu einem Drehmoment, dem der Körper ausweicht. Durch konstruktive Maßnahmen werden die Ausweichbewegungen der Prüfmasse so klein gehalten, daß die auftretenden Oszillationen kleiner sind als die Eigenfrequenzen des Sensors.
- *Beschleunigungseffekte der Kreisel* treten analog zu den Rotationseffekten der Beschleunigungsmesser auf. Die *g-Sensitivity* wird häufig durch ein Massenungleichgewicht des Sensors verursacht, das auf Unzulänglichkeiten in der Produktion zurückzuführen ist. Die *g-Sensitivity* wirkt sich linear in Richtung der wirksamen Beschleunigung aus. Da die wirksamen Beschleunigungen von den Accelerometern gemessen werden, kann der Effekt rechnerisch korrigiert werden. Die *Anisoelacity* mechanischer Kreisel wird verursacht durch eine ungleichmäßige Steifigkeit der Aufhängung des rotationsempfindlichen Bauteils. Bei einer wirksamen Beschleunigung entsteht ein Drehmoment, da der weniger steife Teil der Aufhängung stärker nachgibt (elastischer ist) als der steifere Teil. Bei Vibrationen, also Beschleunigungen mit wechselndem Vorzeichen, hebt sich dieser Effekt auf.
- *Mistuning* tritt bei dynamisch abgestimmten Kreiseln auf, wenn der Rotor nicht seine exakt abgestimmte Drehzahl („tuning Speed“) annimmt oder sich der Elastizitätsmodul der Aufhängung verändert. Beides führt dazu, daß der Rotor nicht mehr als „frei“ bezeichnet werden kann. Abhilfe schaffen hier nur gerätetechnische

Maßnahmen, wie eine ständige Überwachung der Drehzahl sowie eine Thermostatisierung des kompletten Sensors, um einen gleichbleibenden E-Modul zu gewährleisten.

- Der *Lock In Effekt* ist bei Laserkreisel für kleine Drehraten ( $< 0,1^\circ/h$ ) zu beobachten. In diesem Meßbereich beeinflussen sich die gegenläufigen Wellenzüge und es kommt zu Synchronisationseffekten, so daß kein Ausgangssignal erhalten wird (Abb. II-17). Abhilfe schafft eine Drehvibrationseinrichtung, mit der der Kreiselblock mit einer hohen Frequenz (*ca.* 500 Hz) um einen kleinen Winkel (*ca.*  $0,1^\circ$ ) hin- und hergedreht wird. Dieses „Dithern“ („Zittern“) wirkt wie ein künstlicher *Bias* und überbrückt so den nichtsensitiven Bereich. Bei Verwendung mehrerer Kreisel erhält jeder eine andere „Dither“-Frequenz, um gegenseitige Synchronisationen zu verhindern. Nachteile dieser Technik sind der sogenannte *Random Walk* des Laserkreisels selbst sowie das erhöhte Systemrauschen der anderen Sensoren, die zusammen mit dem Kreisel in einem INS verwendet werden. In erster Linie sind dies die Beschleunigungsmesser.

Eine weitere Methode zur Behebung des *Lock In Effekts* ist die sogenannte *Rate Bias Technik*, bei der der Laserblock permanent mit konstanter Drehrate in der Meßebebene rotiert, so daß keine kleinen Meßwerte zugelassen werden. Diese Methode ist jedoch mechanisch sehr aufwendig und findet aus Kostengründen nur für hochpräzise militärische Aufgaben Verwendung.

- Mit *Random Walk* wird ein Fehler von Laserkreisel bezeichnet, der Folge der sogenannten Dither-Techniken ist ( $\implies$  *Lock in Effekt*). Das Ausgangssignal des Kreisels in Ruhestellung sollte idealerweise ein „weißes Rauschen“ sein. Tatsächlich wächst jedoch das Ausgangssignal mit fortschreitender Meßdauer an.

#### II.1.1.4 Datenblätter inertialer Sensoren

Datenblätter inertialer Sensoren sollen deren Leistungsfähigkeit und die mit ihnen zu erwartenden Genauigkeiten beschreiben. Sie geben Aufschluß über die relevanten Sensor-„Fehler“ und deren Größenordnung. Dabei wird allgemein auch dann von „Fehlern“ gesprochen, wenn es sich bei den Angaben eigentlich um Standardabweichungen handelt. Da die für die endgültige Genauigkeit entscheidenden Faktoren die Sensordriften sind, werden die Angaben zu Sensor-„Fehlern“ bzw. Standardabweichungen i.d.R. auf eine Zeiteinheit bezogen (z.B.  $^\circ/h$ ).

Zusammen mit den Genauigkeitsangaben werden oft noch folgende Kenngrößen zur Charakterisierung inertialer Sensoren herangezogen:

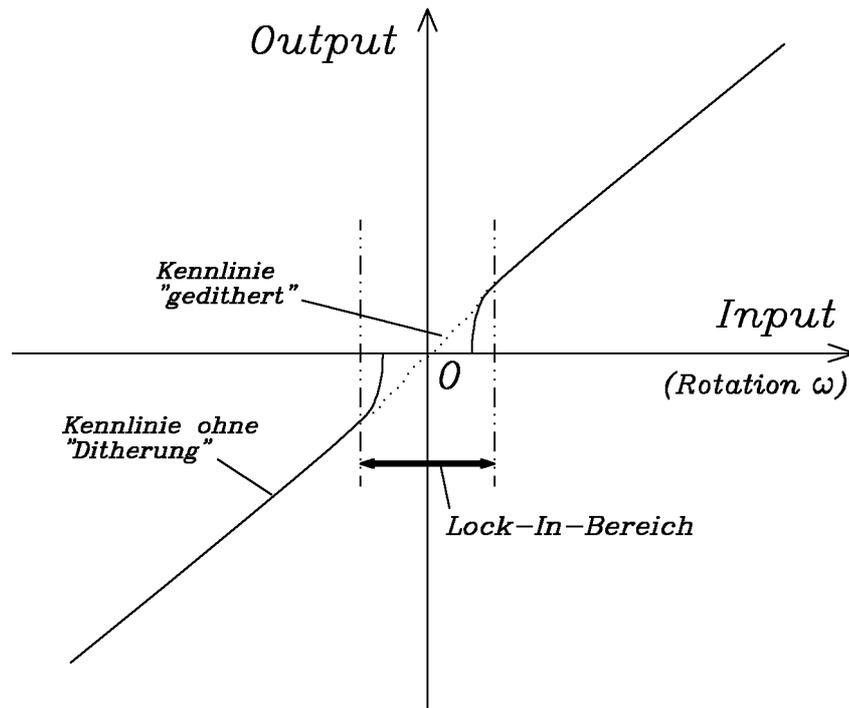


Abb. II-17: Lock In Effekt eines RLG

- Mit *Threshold* (*Schwellwert*) bezeichnet man den kleinsten Eingabewert, der notwendig ist, um überhaupt eine Reaktion des Sensors zu erhalten. Dabei sollte die Ausgabe des Sensors zumindest den halben tatsächlichen Wert anzeigen.
- Die *Resolution* (*Auflösung*) gibt den kleinsten tatsächlich meßbaren Wert an. Er ist definiert als kleinster Eingabewert, der unter Berücksichtigung der Kalibrierwerte einen realistischen Meßwert liefert.
- Die *Bandwidth* (*Bandbreite*) eines Beschleunigungsmessers gibt das Frequenzband von Null bis zur halben Frequenz der zu erfassenden Signale an ( $\hat{=}$  „Nyquist“-Frequenz). In diesem Bereich sollte der *Skalenfaktor* konstant sein.

### II.1.1.5 Fehlerbehandlung

Basis eines sinnvollen Geräteinsatzes ist eine Kalibrierung zur Erfassung aller systematischen Instrumentenfehler. Bei einem INS ist zu unterscheiden, ob es sich um die Kalibrierung der einzelnen Sensoren oder um eine Kalibrierung des gesamten Systems handelt. Bei einer Kopplung des INS mit anderen Meßsystemen, schließt eine Systemkalibrierung auch diese mit ein.

Eine Kalibrierung der Sensoren ist stets hypothesenbehaftet. Es werden Modellannahmen für das Fehlerbudget der Sensoren getroffen. Diese Fehlermodelle sind abhängig von der Bauart des Sensors, dem geplanten Einsatz und der vorhandenen Prüfeinrichtungen. In die Fehlermodelle fließen weitere, von der jeweiligen Situation abhängige Sekundärinformationen ein. Beispielsweise können bei kleinräumigen Vermessungen Annahmen wie die Parallelität der Lotlinien getroffen werden, die zu Vereinfachungen bei der Modellierung der Systemdynamik führen [KNÖPFERLE et al. 1991]. Im Umkehrschluß bedeutet dies für Spezialanwendungen, daß die für Navigationszwecke kalibrierten Sensoren durchaus noch mit systematischen Fehleranteile behaftet sein können, die im Fehlermodell des Navigationsfalls vernachlässigt werden.

Bei dem Einsatz inertialer Meßsysteme ist zu berücksichtigen, daß die integrierten Sensorsignale mit zunehmender Meßdauer einer anwachsenden Meßunsicherheit unterliegen. Im Rahmen der Kalibrierung ist daher auch das zeitliche Anwachsen einiger Sensorfehler (Drift) zu bestimmen. Für die spätere Anwendung bedeutet dies, daß die „Gültigkeit“ der ermittelten Kalibrierwerte im Rahmen eines Meßintervalls zeitlich begrenzt ist. Aus dem Kalibriermodell ergibt sich unter konkreten Genauigkeitsvorgaben die maximale Länge eines Meßintervalls.

Die vorhandenen Prüfeinrichtungen beeinflussen die Komplexität des Fehlermodells. Die Kalibrierung erfolgt zumeist unter Laborbedingungen. Im Idealfall wird sie für das gesamte INS mittels eines dreiachsigen Bewegungssimulators („Drehtisch“) durchgeführt, der sowohl eine statische als auch eine dynamische Kalibrierung zuläßt. Das gesamte INS läßt sich um drei senkrecht zueinander stehende Achsen um vorgegebene Werte mit vorgegebenen Beschleunigungen rotieren. Da die Anschaffung und der Unterhalt eines Bewegungssimulators jedoch mit immensen Kosten verbunden sind, stehen sie i.d.R. nur den Herstellern oder ausgewählten Prüflabors (z.B. *Deutsche Montan Technologie (DMT)*, Essen) zur Verfügung.

Ohne vorhandene Prüfeinrichtungen können nur vereinfachte Fehlermodelle zum Einsatz kommen. Unter Kenntnis der lokalen Schwere und der vertikalen Komponente des Schweregradienten und unter Berücksichtigung der Erddrehrate lassen sich Nullpunktsfehler und Driften durch Betrieb des „unbewegten“ INS direkt ermitteln. Besteht die Möglichkeit das System – oder im Falle einer Sensorkalibrierung nur den Sensor – durch Umsetzen bzw. Klappen in zwei Lagen oder in zwei orthogonalen Meßstellungen zu betreiben, so lassen sich statische Fehlermodelle anwenden.

Die Prüfverfahren ohne spezielle Einrichtungen lassen sich mit Einschränkungen auch während des Meßeinsatzes „im Felde“ durchführen. Man spricht dann von „On Site“-Kalibrierungen.

Die Korrekturen aufgrund der ermittelten Kalibrierwerte werden mit den ursprünglich angesetzten Fehlermodellen – wie unter II.1.1.3 bereits erläutert – schon häufig innerhalb des INS direkt an den Meßwerten angebracht. Es liegen dann keine Rohdaten vor. Die vorverarbeiteten Daten können Kalibrierrestfehler und eine für den Anwendungszweck unzureichende oder sogar falsche Fehlermodellierung enthalten.

Neben der Kalibrierung wird der Einfluß der Sensordriften durch spezielle Meß- und Auswerteverfahren bekämpft. Standardverfahren sind das Einhalten sehr kurzer Meßzeiten sowie das regelmäßige Aufdatieren durch *ZUPTs* (*Zero Velocity Updates*), durch *CUPTs* (*Coordinate Updates*) und durch *Azimuth Updates*.

- ***ZUPT (Zero Velocity Update)***: Während der Messung (*Meßphase*) wachsen durch die Driften die Sensorfehler stark an. Daher folgt auf eine *Meßphase* eine *Stützphase*, in der der Sensor nicht bewegt wird. Aus den Ausgabesignalen des „unbewegten“ Sensors lassen sich unter Berücksichtigung von Erdschwere und -drehrate die aktuellen Driften schätzen. *Meß-* und *Stützphase* wechseln sich ab. Die Länge der Phasen ist abhängig von den eingesetzten Sensoren und den gestellten Genauigkeitsanforderungen.
- ***CUPT (Coordinate Update)***: Wird mit dem INS während der Messung ein bekannter Punkt angesteuert, so können dessen Koordinaten für ein Update genutzt werden. Bei einer Koppelung mit anderen Meßverfahren (z.B. GPS), können dessen Koordinateninformationen für ein Update verwendet werden.
- ***Azimuth Update***: Für zweidimensionale Navigationsanwendungen lassen sich die Orientierungsfehler, die auf Kreiseldriften um die z-Achse zurückzuführen sind, durch zwischenzeitliche Nordausrichtungen stützen.

Eine weitere Möglichkeit der Berücksichtigung der zeitvariablen Sensorfehler ist der Einsatz von ***Differential Inertial Measurement Techniques (DIMIT)***. Im Gegensatz zum *Differential GPS*, bei dem die Differenz zwischen den gleichzeitigen Messungen zweier Empfänger auf zwei Punkten gebildet wird, wird beim *DIMIT* die Differenz zwischen den Meßwerten desselben Sensors bzw. Systems zu verschiedenen Zeitpunkten, aber bezogen auf denselben Ort, dieselbe Geschwindigkeit oder dasselbe Azimut gebildet. Die zeitabhängigen Sensorfehler können auf diese Weise durch Interpolation reduziert werden, ohne daß absolute

Referenzwerte erforderlich sind. Ganz ähnliche Meßverfahren sind z.B. aus der Gravimetrie bekannt. Die Durchführung von *DIMT* erfordert Messungen zu verschiedenen Zeitpunkten, aber bei gleichen Systemzuständen. Die Gleichheit des Systemzustandes kann auch durch gespeicherte bzw. bekannte Referenzdaten gewährleistet werden. Solche Referenzdaten könnten sich z.B. bei einem schienengebundenen System durch die anderweitig gemessene Bogenlänge ergeben. Aus der kontinuierlich ermittelten Bogenlänge und den Sensormessungen würden sich in einem solchen Fall beliebig dichte *DIMT*-Kombinationen für Hin- und Rückweg ergeben. [STIELER et al. 1991].

## II.1.2 Auswertung von Inertialmessungen

### II.1.2.1 Bezugssysteme

#### **Inertiales System** (*Index* $\square_i$ ):

Die Newtonschen Bewegungsgleichungen gelten streng nur im unbeschleunigten *inertialen Raum*. Ein solches raumfestes inertiales Bezugssystem wird z.B. durch das aus der Astronomie bekannte *Conventional Inertial System* (*CIS*) realisiert. Es handelt sich um ein Rechtssystem, dessen Ursprung sich im Geozentrum befindet. Die positive z-Achse weist zum Pol, die positive x-Achse zum Frühlingspunkt  $\mathcal{T}$  und die y-Achse ergänzt das Rechtssystem.

#### **Erdfestes System** (*Index* $\square_e$ ):

Um mit einem Bezug zur Erde zu schaffen, wird als erdfestes Koordinatensystem das *Conventional Terrestrial System* (*CTS*) vereinbart. Es handelt sich um ein Rechtssystem, dessen Ursprung sich im Geozentrum befindet. Die positive z-Achse weist zur mittleren Lage des mittleren Rotationspols der Erde (Vormals *Conventional International Origin* – *CIO*, festgelegt durch die mittlere Richtung der Rotationsachse von 1900-1905. Aktuell *Conventional Terrestrial Pole* – *CTP* definiert durch den internationalen Erdrotationsdienst (*IERS*) auf Basis neuerer Satellitenbeobachtungen.) Die x-Achse liegt in der mittleren Meridianebene von Greenwich (*GAM* = Längengrad Null) und die y-Achse ergänzt das Rechtssystem.

#### **Bodysystem** (*Index* $\square_b$ ):

Die sensitiven Achsen (Meßachsen) der Beschleunigungsmesser und der Kreiselssysteme werden zu den Achsen des kartesischen Koordinatensystems des INS (Abb. II-1) bestmöglich parallel justiert. Sie spannen ein körperfestes Koordinatensystem auf, das lokale *Body-system*. Das *Bodysystem* kann für jedes INS anders definiert werden. Es sind sowohl

Links- als auch Rechtssysteme denkbar. Der Ursprung liegt idealerweise im Zentrum der einzelnen Geber.

**Navigationssystem** (*Index*  $\square_n$ ):

Die eigentlichen (Navigations-)Berechnungen werden in einem lokalen geodätischen System, dem sogenannten *Navigationssystem* durchgeführt. Es handelt sich um ein Linkssystem, dessen Ursprung ein Topozentrum bildet. Die positive z-Achse weist entlang der Ellipsoidnormalen in Zenitrichtung, die positive x-Achse nach Norden und die positive y-Achse nach Osten. Von einem *lokalen astronomischen System* unterscheidet sich das *Navigationssystem* durch die *Lotabweichung nach HELMERT*.

Für besondere Anwendungen (z.B. Luftbild-Photogrammetrie, Schachtvermessung) kann das *Navigationssystem* auch als Rechtssystem definiert werden. Dann weist die positive z-Achse in Nadirrichtung.

**Bezugsellipsoid:**

Als Bezugsellipsoid wurde in dieser Arbeit das *World Geodetic System 1984 (WGS84)* gewählt.

**II.1.2.2 Ablauf der Auswertung**

Vereinbarung : Für den folgenden Ablauf werden das *Inertiale System* sowie das *Navigationssystem* als Rechtssystem definiert. Das *Bodysystem* ist ein Linkssystem mit der x-Achse in Fahrtrichtung.

Aus den im sensorfesten Koordinatensystem (*Bodysystem*) des INS gemessenen sechs Beobachtungsgrößen ( $a_{x_b}, a_{y_b}, a_{z_b}, \omega_{x_b}, \omega_{y_b}, \omega_{z_b}$ ) sind die kartesischen Koordinaten ( $X_i, Y_i, Z_i$ ) des Sensorzentrums im *Inertialen System* abzuleiten.

Im *Inertialen System* ergeben sich durch zweifache Integration aus den Beschleunigungen Translationen, die durch simple Vektoraddition den Ortsvektor des Sensorzentrums liefern.

Mit Hilfe der **Richtungskosinusmatrix** (*RKM*)  $\mathbf{C}_{i \rightarrow n}$  wird die Orientierung des *Inertialen Systems* zum *Navigationssystem* beschrieben. Die Rücktransformation erfolgt mit der Inversen der Transformationsmatrix. Da es sich bei den Transformationsmatrizen um Orthogonalmatrizen handelt, entsprechen ihre Inversen jeweils ihren Transponierten. (Beispiel:  $\mathbf{C}_{n \rightarrow i} = \mathbf{C}_{i \rightarrow n}^{-1} = \mathbf{C}_{i \rightarrow n}^T$ )

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{C}_{n \rightarrow i} \cdot \mathbf{r}^n \tag{II.1.2.2-1}$$

Plattformsysteme werden mechanisch nachgeführt. Bei der *raumorientierten Stabilisierung* (*space stable*) liegen die gemessenen Beschleunigungen direkt im *Inertialen System* vor. Plattformsysteme mit *geographischer Stabilisierung* (*local-level*) liefern die gemessenen Beschleunigungen direkt im nordorientierten *Navigationssystem*.

Für Strapdown-Systeme muß das Beschleunigungsdreibein  $(a_{x_b}, a_{y_b}, a_{z_b})$  mittels der Drehraten  $(\omega_{x_b}, \omega_{y_b}, \omega_{z_b})$  in das *Inertiale System* transformiert werden. In Anlehnung an die mechanische Nachführung bezeichnet man diese Transformation als *Mechanisierung*.

### Mechanisierung

Die *Mechanisierung* (Übergang vom *Bodysystem* ins *Navigationssystem* der Strapdown-Systeme) wird mittels der Transformationsmatrix  $\mathbf{C}_{b \rightarrow n}$  beschrieben, bei der es sich ebenfalls um eine *RKM* handelt. Gesucht werden die Beschleunigungen im *Navigationssystem*.

Die Drehwinkel zwischen dem *Bodysystem* und dem *Navigationssystem* werden als *Eulerwinkel*  $(\Phi_x, \Phi_y, \Phi_z)$  bezeichnet:

- $\Phi_x$  : Winkel zwischen der Fahrzeuglängsachse und der Horizontalen (Längsneigung, Stampfen, Nickwinkel)
- $\Phi_y$  : Winkel zwischen der Fahrzeugquerachse und der Horizontalen (Querneigung, Rollen, Hängewinkel)
- $\Phi_z$  : Rotation um die Lotachse (Azimut, Gieren, Kurswinkel)

Die Drehreihenfolge wird festgelegt mit:  $\mathbf{C}_{b \rightarrow n} = \text{Rot}(\Phi_z) \cdot \text{Rot}(\Phi_x) \cdot \text{Rot}(\Phi_y)$

Bei den gemessenen Drehraten  $\omega_{x_b}, \omega_{y_b}, \omega_{z_b}$  handelt es sich um Winkelgeschwindigkeiten. Der Vektor der Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_{ib}$  beschreibt die Drehraten des *Bodysystems* gegenüber dem *Inertialen System*. Dies sind die eigentlichen Beobachtungen. Sie sind noch verfälscht um die *Erddrehrate*  $\omega_{ie}$  und die *Transportrate*  $\omega_{en}$ , die zur sogenannten *Nachführdrehrate* zusammengefaßt werden.

$$\omega_{ib}^b = \underbrace{\omega_{nb}^b}_{\substack{\downarrow \\ \text{Eulerwinkel}}} + \underbrace{\omega_{ie}^b + \omega_{en}^b}_{= \omega_{in}^b} \iff \omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - \omega_{in}^b \quad (\text{II.1.2.2-2})$$

Der Vektor der *Erddrehrate*  $\omega_{ie}$  beschreibt die relative Winkelgeschwindigkeit zwischen dem *Inertialen* und dem *Erdfesten System* aufgrund der Erddrehung  $\omega_E$ . Da die

z-Achse für beide Systeme identisch definiert wurde, kann in diesen beiden Systemen der Einfluß der Erddrehrate beschrieben werden als:  $\boldsymbol{\omega}_{ie}^i{}^T = \boldsymbol{\omega}_{ie}^e{}^T = [0 \ 0 \ \omega_E]$ . Im lokalen *Navigationssystem* ist noch die geographische Breite  $\varphi$  zu berücksichtigen:  $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n{}^T = [\omega_E \cdot \cos \varphi \ 0 \ \omega_E \cdot \sin \varphi]$ .

Der Vektor der *Transportrate*  $\boldsymbol{\omega}_{en}$  beinhaltet die Winkelgeschwindigkeiten des *Navigationssystems* gegenüber dem *Erdfesten System* durch die Bewegung auf dem Erdellipsoid. Im *Navigationssystem* läßt sich diese Bewegung beschreiben als Vektor  $\boldsymbol{\omega}_{en}^n{}^T = [\dot{\lambda} \cdot \cos \varphi \ -\dot{\lambda} \cdot \sin \varphi \ -\dot{\varphi}]$ , wobei  $\dot{\lambda}$  und  $\dot{\varphi}$  die zeitlichen Änderungen der Ableitungen (Geschwindigkeiten) von geographischer Länge bzw. Breite darstellen. Es handelt sich dabei um den Vektor der tangentialen Geschwindigkeit, der sich mit den Komponenten in Nord- und Ostrichtung sowie Höhe auch als  $\mathbf{v}_{en}^n{}^T = [v_N \ v_O \ v_h]$  schreiben läßt. Für die Bewegung auf dem Erdellipsoid kann  $\mathbf{v}_{en}^n$  über die Krümmungsradien auch als Vektor der Winkelgeschwindigkeiten  $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$  dargestellt werden.

Mit Hilfe der Matrix  $\mathbf{C}_{n \rightarrow b}$  läßt sich die *Nachführdrehrate* in das *Bodysystem* überführen:  $\boldsymbol{\omega}_{in}^b = \mathbf{C}_{n \rightarrow b} \cdot \boldsymbol{\omega}_{in}^n$ , so daß nun der Übergang vom *Bodysystem* zum *Navigationssystem* geschaffen wurde. Die *Nachführdrehrate* wird auch zur Berechnung der Coriolis-Korrektur der gemessenen Beschleunigungen benötigt.

Die im *Bodysystem* gemessenen Beschleunigungen  $\mathbf{a}^b$  lassen sich mit der gefundenen Matrix  $\mathbf{C}_{b \rightarrow n}$  in das *Navigationssystem* transformieren:  $\mathbf{a}^n = \mathbf{C}_{b \rightarrow n} \cdot \mathbf{a}^b + \dots$ . Bei den weiteren Berechnungen ist zu beachten, daß die  $\mathbf{a}^b$  noch um die folgenden Größen zu bereinigen sind:

- *Gravitationsbeschleunigung*  $\mathbf{g}$
- *Zentrifugal- bzw Zentripetalbeschleunigung*  $\mathbf{a}_Z$
- *Tangentialbeschleunigung*  $\mathbf{a}_T$
- *Coriolisbeschleunigung*  $\mathbf{a}_C$

Durch zweifache Differentiation von Gleichung (II.1.2.2-1) erhält man Gleichungen für die Beschleunigungen im *Inertialen System*, an denen diese zu korrigierenden Größen besonders deutlich werden:

$$\mathbf{a}^i = \ddot{\mathbf{r}}^i = \mathbf{C}_{n \rightarrow i} \cdot \left( \ddot{\mathbf{r}}^n + \underbrace{2\boldsymbol{\Omega}_{in}^n \cdot \dot{\mathbf{r}}^n}_{\text{Coriolisbeschl.}} + \underbrace{\boldsymbol{\Omega}_{in}^n{}^2 \cdot \mathbf{r}^n}_{\text{Zentrifugalbeschl.}} + \underbrace{\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{in}^n \cdot \mathbf{r}^n}_{\text{Tangentialbeschl.}} \right) \quad (\text{II.1.2.2-3})$$

mit der schiefssymmetrischen *Cartan*-Matrix  $\mathbf{\Omega}_{in}^n = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$ , deren Elemente die Rotation des *Navigationssystem*s gegenüber dem *Inertialsystem* ( $\omega_{in}^n$ ) im *Navigationssystem* beschreiben. Durch einige Umformungen erhält man im *Navigationssystem*:

$$\mathbf{a}^n = \mathbf{C}_{b \rightarrow n} \mathbf{a}^b + \mathbf{g}^n - \mathbf{a}_C^n \quad (\text{II.1.2.2-4})$$

Die Korrektur aufgrund der *Gravitation* kann natürlich über gemessene Schwerewerte erfolgen. In der Regel wird jedoch eine weniger aufwendige Modellierung des Schwerfeldes vorgenommen. Einfachstes Modell ist der Ansatz des Normalschwerevektors im *Navigationssystem* unter Vernachlässigung eventueller Lotabweichungskomponenten und Schwereanomalien  $\mathbf{g}^n = [0 \quad 0 \quad \gamma]^T$ .

Die *Coriolisbeschleunigung* im *Navigationssystem*  $\mathbf{a}_C^n$  ergibt sich aus dem Kreuzprodukt der Winkelgeschwindigkeit ( $2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n$ ) und der *tangentialen (translatorischen) Geschwindigkeit*  $\mathbf{v}_{en}^n$  ([BÄUMKER 1996]).

Durch einfache Integration von Gleichung (II.1.2.2-4) läßt sich der Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}^n$  und durch zweifache Integration der Ortsvektor im *Navigationssystem*  $\mathbf{r}^n$  bestimmen.

Die Berechnungen des Orts- ( $\mathbf{r}^n$ ) und des Geschwindigkeitsvektors ( $\mathbf{v}^n$ ) im *Navigationssystem* erfordern eine ständige Aufdatierung der Transformationsmatrix  $\mathbf{C}_{b \rightarrow n}$  über die Drehraten. Die Drehraten ihrerseits sind vorher um die *Nachführdrehrate* zu korrigieren, wozu die Geschwindigkeiten im *Navigationssystem* benötigt werden. Die Aufdatierung der Transformationsmatrix  $\mathbf{C}_{b \rightarrow n}$  gelingt durch die Lösung der Differentialgleichung:

$$\dot{\mathbf{C}}_{b \rightarrow n} = \mathbf{C}_{b \rightarrow n} \cdot \mathbf{\Omega}_{nb}^b = \mathbf{C}_{b \rightarrow n} \cdot \mathbf{\Omega}_{ib}^b - \mathbf{\Omega}_{in}^n \cdot \mathbf{C}_{b \rightarrow n},$$

bei der in der *Cartan*-Matrix  $\mathbf{\Omega}_{in}^n$  die einfach zu handhabenden Nachführdrehraten im *Navigationssystem* eingeführt werden. Zur Lösung dieser Differentialgleichung sind in der Fachliteratur verschiedene Ansätze bekannt (Verfahren mittels *Eulerwinkel*, *RKM* oder *Quaternionen*), auf die hier nur verwiesen werden soll [FARKAS-JANDL 1986] [TITTERTON 1997].

### II.1.3 Inertialmeßsysteme in der Ingenieurvermessung

Zwei Charakteristika von Inertialmeßsystemen lassen sie nahezu ideal für einen Einsatz in der Ingenieurvermessung erscheinen:

- + INS sind autonome Meßsysteme. Sie sind nicht auf zusätzlichen meßtechnische Referenzen (z.B. aktive Sender, passive Reflektoren) außerhalb des Meßfahrzeugs angewiesen.
- + Mit einem INS wird nicht nur die Position, sondern auch die Lage eines Sensorsystems im Raum bestimmt.

Aufbauend auf den Gleichungen des KALMAN-Filters wurden für den Bereich der geodätischen Navigationslösung Post-Mission-Auswertemodelle, die unter Verwendung verschiedener Stützungsformen eine Ausgleichung im Gauß-Markov-Modell durchführen, vorgestellt, mit denen Dezimeter-Genauigkeiten erreicht werden ([KELLER 1991], [SCHRÖDER 1993]).

INS als autonome Vermessungssysteme haben sich in der Ingenieurvermessung bereits bei räumlich begrenzten Projekten, wie der Schachtvermessung ([BUIJKAMP 1984], [HEGER 1992]) oder der Messung von Krümmungen von Schienenwegen [SCHWARZ 1992] bewährt. Für kurze Verfahrestrecken (z.B. bis 1000 m) konnten dabei Genauigkeiten von unter einem Dezimeter erreicht werden.

Zur Genauigkeitssteigerung werden in der Literatur verschiedene Forderungen aufgestellt, wie z.B. die Hinzunahme von Kenntnissen über das Schwerfeld oder höhere Datenraten für mehr Kontinuität in den Modellgleichungen [RÖHRICH 1993]. Bei allen bekannten Anwendungen wird darauf hingewiesen, daß ein direkter Zugriff auf die Rohdaten der Sensoren erforderlich ist. So konnte nach [SCHWARZ 1992] die Genauigkeit inertialer Meßsysteme in den letzten Jahren für verschiedene Anwendungen allein durch die Entwicklung geeigneter Software mit Rohdatenverarbeitung und ohne spezielle Hardware-Komponenten gesteigert werden. Dem entgegen steht die schon unter II.1.1.3 angesprochene Tatsache, daß die kostengünstigeren handelsüblichen INS i.d.R. keinen Rohdatenausgang bieten.

Aus den genannten Gründen tendierten in den letzten Jahren viele Forschungsinstitutionen zu Eigenentwicklungen inertialer Systeme, basierend auf handelsüblichen Sensoren ([KNÖPFERLE et al. 1991], [WILLGALIS 1994]), oder sie gehen für Forschungszwecke dazu über, ein Simulationsmodell eines Inertialmeßsystems mit Hilfe komplexer Software-Pakete zu generieren ([SCHRÖDER 1992], [DMITRIEV et al. 1995]).

**Anmerkung:** Die weiteren Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit gehen nicht von einer zwingenden Rohdatenverarbeitung aus. Die Modellbildung in Kapitel III erlaubt die Nutzung abgeleiteter Beobachtungen aus einer Vorauswertung, wie sie auch den praktischen Arbeiten in Kapitel IV zugrunde liegt.

## II.2 Begriffsklärung kinematischer GPS-Messungen

Am 17. Juli 1995 wurde mit dem Start des vierundzwanzigsten Block-II-Satelliten für das *NAVSTAR Global Positioning System (GPS)* die sogenannte „Full Operational Capability (FOC)“ erklärt. Mit dem Start des Satelliten „IIR-6“ (SVN 14) wurde das System am 10. November 2000 auf 28 arbeitende Block-II-Satelliten ausgebaut.

Spätestens mit Beginn der 90'er Jahre wurde *GPS* zum universellen Meßverfahren, das aus dem geodätischen Alltag nicht mehr wegzudenken ist. Systemaufbau und Funktionsprinzipien gehören als Lehrinhalte des Hauptstudiums mittlerweile zum „geodätischen Allgemeinwissen“. Daher wird an dieser Stelle auf eine grundlegende Einführung verzichtet. Es werden nur die zum weiteren Verständnis dieser Arbeit notwendigen Abkürzungen und Begriffe unter 2.1 bzw. 2.2 kurz definiert. Für grundlegende Informationen wird auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen (z.B. [SEEBER 1989], [HOFMANN-WELLENHOF et al. 1994], [LEICK 1995]).

### II.2.1 Allgemeine GPS-Terminologie

**GPS-Signale:** Als Vielfaches des GPS-Grundtaktes  $f_0 = 10,23 \text{ MHz}$  werden die von allen GPS-Satelliten verwendeten Trägersignale  $L1$  und  $L2$  mit ihren Frequenzen  $f_{L1} = 120 \cdot f_0 = 1227,60 \text{ MHz}$  und  $f_{L2} = 154 \cdot f_0 = 1575,42 \text{ MHz}$  generiert. Diesen Trägerwellen werden die sogenannten PRN-Codes sowie Navigationsnachrichten aufmoduliert. Die Verwendung zweier Frequenzen dient in erster Linie der Elimination ionosphärischer Einflüsse.

**Codephasenmessung:** Bei den den Trägerwellen aufmodulierten *PRN-Codes* handelt es sich um im Satelliten synthetisch erzeugte Signale. Mit einer bekannten Kopie der PRN-Codes im Empfänger läßt sich die Laufzeit des Signals ermitteln (*Pseudostreckenmessung* zum Satelliten). Prinzipiell unterscheidet man den auch zivilen Nutzern zugänglichen *C/A-Code* (*Coarse- oder Clear Acquisition Code*) und den (wieder) dem Militär vorbehaltenen *P-Code* (*Precise- oder Protected Code*).

**Trägerphasenmessung:** Bei direkter Verwendung der Trägerwellen zur *Pseudostreckenmessung* wird die Phasendifferenz zwischen dem dopplerverschobenen Empfangssignal und einer im Empfänger erzeugten Referenzfrequenz ermittelt. Die eigentliche Entfernung zum Satelliten besteht aus diesem zu messenden Reststück und einer zunächst unbekanntem Anzahl voller Wellenzüge (*Ambiguities*).

**Ambiguities (Mehrdeutigkeiten):** Anzahl der vollen Wellenzüge bei der Trägerphasenmessung. Die Lösung der Mehrdeutigkeiten ist eines der Hauptprobleme einer GPS-Messung. Erster Schritt der Mehrdeutigkeitsbestimmung ist die Bildung von *Linearkombinationen* der Trägersignale *L1* und *L2* zur Erlangung größerer Wellenlängen, mit denen sich die Mehrdeutigkeiten einfacher bestimmen lassen als mit den kleineren Trägerwellen. Im weiteren Auswerteablauf unterscheidet man grundsätzlich Verfahren der *Parameterschätzung* und Verfahren der *Parameterelimination*.

Bei der *Parameterschätzung* werden mit den *undifferenzierten Phasenbeobachtungen* Verbesserungsgleichungen aufgestellt. Die *Ambiguities* werden als Unbekannte im *GAUSS-MARKOV-MODELL* mitgeschätzt.

Der *Parameterelimination* liegt die Bildung von Differenzen zugrunde. Man unterscheidet:

- *Single Differences* zwischen den gleichzeitig gemessenen Pseudostrecken zweier Empfänger zum selben Satelliten (Elimination von Satellitenuhrfehlern, ionosphärischen Laufzeitänderungen).
- ≡ *Double Differences* aus zwei gleichzeitig gebildeten *Single Differences* zweier Empfänger zu zwei Satelliten (Elimination von Empfängeruhrfehlern und Laufzeitverzögerungen in den Empfängerkanälen).
- ≡ *Triple Differences* aus *Double Differences* zweier Meßepochen zur Berücksichtigung der zeitunabhängigen Anteile (Elimination von *Ambiguities* und *Cycle Slips*).

**Cycle Slips:** Signalverlust z.B. durch vorübergehende Abschattung der Antenne oder bei schlechtem *Signal-/Rauschverhältnis*. Nach Wiedererlangung des Signals sind die *Ambiguities* erneut zu schätzen.

**Signal-/Rauschverhältnis (S/N):** Quotient aus der Signal- und der Rauschleistung. Das *S/N* dient nicht nur zur Beurteilung der Übertragungsqualität zwischen Satellit und Empfänger, sondern beeinflusst direkt die Genauigkeit der Pseudostreckenmessung. Die Standardabweichungen der Pseudostreckenmessung verhält sich sowohl bei *Code-* als auch bei *Trägerphasenmessungen* umgekehrt proportional zum *S/N*.

**Selected Availability (SA):** Künstliches Verrauschen der Bahndaten und/oder Uhrparameter durch den Systembetreiber (US-Militär). Aus sicherheitspolitischen Gründen sollten die mit frei verfügbaren Geräten erreichbaren Genauigkeiten für nicht autorisierte Nutzer verschlechtert werden. Eingeführt wurde *SA* am 25. März 1990. Nach kurzer Pause während der Golfkrise (September 1990) wurde *SA* am 1. Juli 1991 reaktiviert. Seit dem

2. Mai 2000 04:00 UTC ist SA wieder abgeschaltet. SA besteht aus zwei Komponenten, dem  $\epsilon$ -Anteil zur Verschlechterung der Bahndaten und dem *Dither-Anteil* ( $\delta$ -Anteil) zur Destabilisierung der Uhrfrequenzen.

**Antispoofing (AS):** Nutzeradressierte Systemverfügbarkeit aus sicherheitspolitischen Gründen, die mit Inbetriebnahme der Block-II-Satelliten eingeführt wurde. Der vormalig bekannte *P-Code* wird mit dem für zivile Nutzer unbekanntem *W-Code* überlagert, so daß als neues Signal der sogenannte *Y-Code* empfangen wird. Aus dem unbekanntem *Y-Code* lassen sich zwar durch Korrelationsverfahren die ursprünglichen Codes und Trägerphasen zurückgewinnen, was jedoch zu einem stark erhöhten Signalrauschen führt. AS ist seit dem 31. Januar 1994 für alle Block-II-Satelliten wirksam.

## II.2.2 Kinematische GPS-Messungen

### II.2.2.1 Klassifizierung kinematischer GPS-Messungen

Im Gegensatz zu den *statischen* Verfahren, bei denen der Empfänger auf einem Punkt der Erde „still“ steht und sich die Satelliten über ihn hinwegbewegen, zeichnen sich *kinematische GPS-Verfahren* dadurch aus, daß sich nicht nur die Satelliten, sondern auch mindestens ein Empfänger bewegt. Generell lassen sich die *kinematischen* Methoden folgendermaßen klassifizieren:

- **Kinematische Punktbestimmung:** Für einfache Navigationsaufgaben mit einer Genauigkeit von 10 . . . 100 m wird die Trajektorie eines Fahrzeugs mit einem einzelnen Empfänger über *Codephasenmessungen* in Echtzeit bestimmt.
- **Relative Kinematische Punktbestimmung:** DGPS-Messungen zwischen (mindestens) einem stationären Empfänger bekannter Position (*Master*) und (mindestens) einem beweglichen Empfänger (*Rover*) mit Zentimetergenauigkeit. Die Auswertung kann im Postprocessing erfolgen.
- **Semikinematische Messungen („stop and go“):** Kombination von *statischen* und *kinematischen* DGPS-Verfahren. Die zu bestimmenden Punkte werden nacheinander angefahren und für einen Zeitraum besetzt. Der Vorteil dieses Verfahrens gegenüber den *rein kinematischen* Verfahren liegt in der Genauigkeitssteigerung durch die „Wiederholungsmessungen“ auf den länger besetzten Punkten während eines „Stops“ .

- **Pseudokinematische Messungen:** Bei dieser *DGPS*-Methode werden die bereits bestimmten Punkte nach einer bestimmten Zeiteinheit (z.B. 1 *h*) erneut besetzt um die Mehrdeutigkeitslösung unter der jetzt (stark) veränderten Satellitenkonstellation erneut durchzuführen und die Genauigkeiten zu verbessern. Bei dieser Methode ist es nicht notwendig, das Signal (Mehrdeutigkeiten) zu halten.

Manche Autoren nutzen zur Klassifizierung von kinematischen Methoden auch die Begriffe *Rapid Static* und *On-The-Fly Techniques*. Dabei handelt es sich jedoch um Techniken zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten bei kinematischen GPS-Messungen.

### II.2.2.2 Mehrdeutigkeitsbestimmung kinematischer GPS-Messungen

Auch für *kinematische Messungen* liegt das Hauptproblem der *Trägerphasenmessung* in der Bestimmung der *Mehrdeutigkeiten*. Einfachste Möglichkeit ist die Festsetzung der Mehrdeutigkeiten im statischen Modus *Initialisierung*. Beispielsweise basieren die sogenannten **Rapid Static Methoden** auf einer schnellen Initialisierung im statischen Modus durch kombinierte *Code-* und *Trägerphasenmessung* (auf beiden Frequenzen). Erst wenn die Mehrdeutigkeiten gelöst sind, darf der *Rover* bewegt werden. Bei Signalverlust (*Cycle Slip*) ist der *Rover* jedoch erneut zu initialisieren.

Sehr viel flexibler und wirtschaftlicher arbeiten die sogenannten **On-The-Fly**-Verfahren (*OTF*), die auch als *On-The-Way (OTW)* oder *On-The-Move (OTM)* bezeichnet werden. Mit ihnen gelingt die Festsetzung der Mehrdeutigkeiten auch bei bewegtem Empfänger:

- Bei der **Kombination von Code- und Trägerphasenauswertung** werden die *Trägerphasen-Mehrdeutigkeiten* aus den eindeutigen *Codemessungen* abgeleitet. Problematisch ist das hohe *S/N* der *Codemessungen* sowie Fehlereinflüsse durch *Multipath*. Bei Verwendung eines Empfängers mit niedrigem Code-Rauschen und abgeschirmter Antenne lassen sich die Mehrdeutigkeiten in Echtzeit bestimmen.
- Die **Ambiguity-Function-Methode** durchsucht ausgehend von einer vorgegebenen Startposition einen Lösungsraum vorgegebener Größe. Der Lösungsraum wird mittels einer Exponentialfunktion beschrieben, die für jede neu gemessene Position ein Minima/Maxima-Muster des Lösungsraumes ausgibt. Nach ausreichender Beobachtungsdauer und ständigem Aufsummieren der Minima/Maxima ergibt sich an der gesuchten Position ein Maximum, von dem auf die Mehrdeutigkeiten zurückgeschlossen werden kann. Der sehr hohe Rechenaufwand macht dieses Verfahren für Echtzeitanwendungen uninteressant.

- Die **Least-Square Ambiguity Searching Method** basiert auf der Suche nach den Mehrdeutigkeiten für vier beliebig ausgewählte Satelliten. Jede gefundene Lösung legt die Mehrdeutigkeiten für alle weiteren Satelliten mathematisch fest. Mittels eines statistischen Tests sind diese mathematisch festgelegten Mehrdeutigkeiten auf Ganzzahligkeit zu überprüfen und „falsche Lösungsmöglichkeit“ zu verwerfen. Dieses Verfahren erzielt für kurze Basislinien und mehr als sechs sichtbaren Satelliten sehr schnelle Ergebnisse.
- Beim sogenannten **Extrawidelaning** werden Zweifrequenzdaten vorausgesetzt. Ausgehend von einer (Code-)Lösung werden die Mehrdeutigkeiten der Linearkombination längster Wellenlänge (*Widelane*) bis auf wenige Zyklen bestimmt. Auf dieser Näherungslösung basierend sind die Mehrdeutigkeiten des *Ionosphärensignals* zu lösen. Mit dieser Zwischenlösung lassen sich die effektiven Wellenlängen der anderen Linearkombinationen verlängern und leicht lösen. (siehe dazu [WÜBBENA 1991]) Das Verfahren zeichnet sich durch sehr niedrige Rechenzeiten aus.

### II.2.2.3 Fehlerbudget kinematischer GPS-Messungen

Bei **Satellitenbahnfehlern** handelt es sich prinzipiell um fehlerhafte Koordinaten für die Satellitenposition.

Die mit dem GPS-Signal ausgesandten *Broadcast Ephemeriden* boten dem Nutzer die Satellitenpositionen in Echtzeit ursprünglich mit einer Genauigkeit von  $\sim 20\text{ m}$  ([SEEBER 1993]). Durch das Einschalten von SA wurde diese Genauigkeit auf  $\sim 100\text{ m}$  künstlich verschlechtert. Nach der Deaktivierung der SA zeigt die Erfahrung, daß derzeit die *Broadcast Ephemeriden* mit einer Standardabweichung von ca.  $3 \dots 5\text{ m}$  vorliegen. Für höhere Genauigkeitsanforderungen kann auf *präzise Ephemeriden* zurückgegriffen werden, wie sie z.B. vom IGS (*International GPS-Service for Geodynamics*) zur Verfügung gestellt werden. Dabei unterscheidet man beim IGS drei Genauigkeitsklassen:

*Predicted Ephemerides*: Real Time (Standardabweichung  $\sim 50\text{ cm}$ )

*Rapid Ephemerides*: Nach 2 Tagen (Standardabweichung  $\sim 10\text{ cm}$ )

*Final Ephemerides*: Nach 2 Wochen (Standardabweichung  $\sim 5\text{ cm}$ )

[SCHWIEGER 1999] zeigt, daß bei der Nutzung *präziser Ephemeriden* für die Auswertung

der Einfluß der *Satellitenbahnfehler* für Basislinien bis 50 km vollkommen vernachlässigt werden kann.

**Satellitenuhrfehler** werden durch *relativistische Effekte* verursacht. Sie wirken sich als *Satellitenbahnfehler* aus, da den Satellitenkoordinaten falsche Zeitpunkte zugeordnet werden. Grundsätzlich werden die Cäsium- und Rubidiumoszillatoren der Satellitenuhren vom Systembetreiber überwacht. Dem Nutzer werden Polynome zweiter Ordnung zur Modellierung des Uhrverhaltens zur Verfügung gestellt. Neben den zusammen mit den *Broadcast-Ephemeriden* ausgesandten Uhrpolynomen, die die künstlich durch SA herbeigeführten Verschlechterungen enthalten, können zusammen mit den *präzisen Ephemeriden* genaue Uhrpolynome bezogen werden. Des weiteren bieten die Softwarepakete die Möglichkeit, bei der DGPS-Auswertung Korrekturpolynome für die Satellitenuhren mitzuschätzen.

**Empfängeruhrfehler** wirken sich auf alle empfangenen Signale gleich aus und sind als Additionswert der Pseudostreckenmessung zu deuten. Im Auswerteprozess lassen sie sich durch Polynome zweiter Ordnung modellieren oder durch die Bildung von *Double Differences* eliminieren.

**Ionosphärische Laufzeitfehler:** Die Ionosphäre (50...1000 km Höhe) wirkt durch ihren hohen Anteil geladener Teilchen (*Ionen*) als dispersives Medium auf die Frequenzen der GPS-Signale und somit auf deren Laufzeit. Durch die Modellierung mittels der zwei unterschiedlichen Signalfrequenzen ( $L_1$ ,  $L_2$ ) sowie die Bildung von *Single Differences* bei einer relativen Messung kann der Einfluß minimiert werden. Für Messungen unter Extrembedingungen (Äquator- oder Polnähe) gibt [WANNINGER 1994] den Maximalwert des entstehenden Fehlers mit 0,2 ppm an. Bei der hier geplanten Anwendung der Brückenüberwachung sind Basislinien von 1...2 km Länge zu erwarten, so daß der maximale Fehler in jedem Falle unter 0,4 mm läge. Für mittlere Breiten und kürzere Basislinien wird der Einfluß vernachlässigbar klein. Bei Verwendung des *ionosphärenfreien Signals* ist der Einfluß nicht zu berücksichtigen.

**Troposphärische Laufzeitverzögerung:** Die Troposphäre (0...40 km Höhe) wirkt nicht als dispersives Medium auf die GPS-Signale, so daß zur Korrektur nicht die Zweifrequenzmessung herangezogen werden kann. Vielmehr sind die meteorologischen Einflüsse (Temperatur, Luftdruck und Wasserdampfdruck) mittels der bereits aus der terrestrischen Mikrowellendistanzmessung bekannten Ansätze (z.B. HOPFIELD, SAASTAMOINEN) zu modellieren. Für kurze Basislinien ist der Einfluß auf *Master* und *Rover* nahezu identisch und fällt bei der Differenzbildung heraus. Daher wird i.d.R. auch auf

die Einführung gemessener meteorologischer Parameter verzichtet und stattdessen ein *Standardatmosphärenmodell* bei der GPS-Auswertung verwendet. Für größere Stationsabstände zeigt [SCHWIEGER 1999], daß die *troposphärische Laufzeitverzögerung* auf die GPS-Signale räumlich und zeitlich korrelierend wirkt und auch zu Korrelationen zwischen Wiederholungsmessungen führt. Für größere Basislinien ist sie daher der genauigkeitsbeschränkende Faktor differentieller GPS-Messungen.

**Multipath-Effekte** (*Mehrwegeausbreitungen*) treten auf, wenn an der Antenne das GPS-Signal nicht nur einmal direkt vom Satelliten sondern noch weitere Male über Umwege – z.B. reflektiert an umgebenden Flächen – empfangen wird. Das direkte Signal wird mit dem zeitlich verzögert eintreffenden indirekten Signal überlagert, wodurch es zu einer Frequenzverschiebung und somit zu einer Laufzeitverzögerung kommt. Der auftretenden Fehler ist nicht konstant. Er ändert sich – abhängig von der Satellitenkonstellation und der Entfernung von der Antenne zum Reflektor – periodisch mit Wellenlängen von einigen Minuten bis zu mehreren Stunden und kann für die *L1*-Trägerphase Amplituden bis zu 5 cm annehmen. Durch die variablen Periodizitäten kann für *statische Stationen* eine Eliminierung durch Wiederholungsmessungen nicht garantiert werden. [SEEBER 1993] weist ausdrücklich darauf hin, daß *Mehrwegeeffekte* von Tag zu Tag bei derselben Antennenaufstellung reproduzierbar sind. Eine Verringerung des Fehlereinflusses gelingt durch die Verwendung abgeschirmter Antennen, die Vermeidung reflektierender Objekte in der Antennenumgebung, die Wahl längerer Beobachtungszeiten ( $> 30 \text{ min}$  nach [HEISTER et al. 1997]) sowie die Einhaltung einer Mindestelevation der Satelliten ( $\geq 15^\circ$  während der Messung).

Für bewegte Empfänger ergibt sich keine konstante Reflexionssituation, da sich der Abstand vom möglichen Reflektor zur Antenne sowie die Satellitenkonstellation ständig ändern. „Echte“ kinematische Anwendungen (ohne Stop) sehen keine längeren Beobachtungszeiten auf einem Punkt vor. Außerdem sind Wiederholungsmessungen nur dann möglich, wenn sich das Meßobjekt zwischen den Messungen statisch verhält und eine reproduzierbare Verfahrunng der Empfänger gegeben ist. Daher sind *Multipatheffekte* bei der *kinematischen* Vermessung mit einem einzelnen bewegten Empfänger als sehr kritisch zu betrachten. Im Ergebnis sind sie bestenfalls als „Ausreißer“ entlang der geglätteten Trajektorie zu identifizieren.

Besondere Vorsicht ist bei der Messung an oder auf Bauwerken geboten, da die Anzahl von homogenen (reflektierenden) Oberflächen in der Antennenumgebung hier besonders groß ist. Um Reflexionen im Nahbereich erkennen zu können, wird im Rahmen dieser Ar-

beit der Vorschlag gemacht, eine Konstellation mehrerer Antennen unterschiedlicher Höhe ( $i_{max} - i_{min} \approx 2\text{ m}$ ) mit einem Horizontalabstand von  $\sim 2 \dots 3\text{ m}$  auf einem Sensorträger gemeinsam zu verfahren. Es liegen dann redundante Messungen unter unterschiedlichen Reflexionsbedingungen an den Einzelantennen vor (siehe Kapitel IV).

**Variation des Antennenphasenzentrums:** Die Abweichung des mechanischen Zentrums der Antenne von ihrem elektromagnetischen Zentrum läßt sich prinzipiell für die einzelnen Antennentypen durch eine Kalibrierung ermitteln. Es handelt sich jedoch nur teilweise um eine konstante Ablage. Der nicht konstante Anteil der Abweichung variiert zum einen mit der Elevation und dem Azimut und zum anderen mit der Intensität des empfangenen Signals. Für statische Verfahren wird daher empfohlen, nur baugleiche Antennen zu verwenden, die zur Messung gleichartig azimuthal auszurichten sind, um die Variationen durch Differenzbildung weitgehend zu eliminieren.

Für kinematische Anwendungen kann generell keine identische Ausrichtung aller Antennen beibehalten werden. Eine Berücksichtigung richtungsabhängiger Antennen-Kalibrierdaten in der Auswertung ist zwar theoretisch möglich, wird jedoch derzeit von den gängigen Softwarepaketen nicht unterstützt. Aktuelle Untersuchungen ([WÜBBENA et al. 1997], [COORS 1997]) zeigen, daß der wirtschaftliche Aufwand zur Bereitstellung der Kalibrierdaten sehr hoch ist, so daß für kommerzielle Softwarepakete nicht mit einer Einführung zu rechnen ist. [SCHWIEGER 1999] schlägt daher vor, die *Phasenzentrumsvariationen* im *stochastischen Modell* zu berücksichtigen.

Im Rahmen dieser Arbeit kann für den Sonderfall der *kinematischen Vermessung linearer Objekte* eine gleichartige azimuthale Ausrichtung aller Antennen nahezu erreicht werden.

**Relativistische Effekte** liegen für die meisten Anwendungen der Satellitengeodäsie innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit oder heben sich sogar durch das Meßverfahren heraus [SEEBER 1993].

**Interchannel Bias** (*Unterschiede in den Phasenverzögerungen der Empfangskanäle*) sind Gerätefehler von Mehrkanalempfängern ohne Multiplextechnik. Prinzipiell handelt es sich um Kalibrierrestfehler, die in vielen Auswerteprogrammen rechnerisch kompensiert werden.

**Grobe Fehler** durch Satellitenmanöver oder Störungen der Signalausendung sind bei der Auswertung durch den Nutzer zu eliminieren. Informationen über den aktuellen GPS-Systemstatus werden täglich vom *U.S. Space Command Center* herausgegeben (z.B. *Notice Advisories to NAVSTAR Users (NANU's)*). Sie beinhalten Informationen zu den Satelliten, wie Blockzugehörigkeit (Block I oder II), genutzte Uhren (Cäsium oder Rubidium),

SA-Status (on oder off) sowie aktuelle Hinweise und Vorhersagen (z.B. Nutzbarkeit).

Das **Phasenmeßrauschen** bezeichnet die übrigbleibenden zufälligen Abweichungen nach Beseitigung aller systematischen Effekte. Es ist abhängig vom Signal/Rausch-Verhältnis und läßt sich als *weißes Rauschen* modellieren. [SEEBER 1993] gibt für Trägerphasen eine Größenordnung von  $1 \dots 3 \text{ mm}$  an. Für moderne Empfänger sind zwar bereits deutlich kleinere Werte ermittelt worden, jedoch ist unter der Wirksamkeit von SA und AS auch mit Werten bis zu  $6 \text{ mm}$  zu rechnen.

## II.3 Multisensorsysteme

Ein generelles Problem hybrider Meßsysteme ist die Synchronisation der Einzelkomponenten sowohl bei der Datenakquisition als auch bei der Datenverarbeitung im kombinierten Auswertemodell. Im Rahmen der Datenakquisition muß eine räumliche und zeitliche Zuordnung aller Meßdaten gewährleistet werden, um sie im kombinierten Auswertemodell zusammenführen zu können.

### II.3.1 Räumliche Synchronisation

Das Problem der räumlichen Synchronisation ist dem Geodäten gemeinhin als „Zentrierung“ bekannt. Es handelt sich um die rein geometrische Aufgabe, den Bezug zwischen Sensor und Meßobjekt herzustellen.

Bei Kombination mehrerer Sensorkomponenten zu einem hybriden Meßsystem ist zunächst deren relative Lage untereinander zu bestimmen. Für Einzelsensoren, die nicht nur Informationen über ihre Lage sondern auch über ihre Orientierung liefern, ist darüberhinaus die Ausrichtung zum Gesamtsystem zu ermitteln. Dazu ist ein geeignetes lokales Koordinatensystem (z.B. das *Bodysystem*) des INS zu wählen, in dem die Kalibrierung des hybriden Meßsystems durchgeführt wird. In diesem Koordinatenrahmen ist ebenfalls der Bezug zum Meßobjekt zu definieren.

Im vorliegenden Fall sind mehrere GPS-Empfänger mit einem INS auf einem gemeinsamen Träger zu montieren. Die relative Einmessung von Lage und Orientierung der Sensoren sowie des physikalischen Bezugs zum Meßobjekt kann mittels konventioneller geodätischer Verfahren erfolgen (Theodolitmeßsystem, Nivellier, hochpräzise Distanzmessung). Die endgültigen Koordinaten im *Bodysystem* sind durch eine Ausgleichung nach

vermittelnden Beobachtungen bereitzustellen. Bei Vorliegen identischer Punkte lassen sich aus diesen Koordinaten Transformationsparameter zum Übergang auf beliebige Koordinatensysteme ableiten.

### II.3.2 Zeitliche Synchronisation

Für eine gemeinsame kinematische Modellierung ist die zeitliche Zuordnung der einzelnen Meßwerte zur jeweiligen Meßepoche unerlässlich. Die Genauigkeitsanforderungen an die zeitliche Synchronisation sind dabei abhängig von der zu erfassenden Dynamik. Die in Abbildung II-18 beispielhaft aufgetragenen Auswirkungen verschiedener Synchronisationsfehler bei gleichförmigen Bewegungsabläufen verdeutlichen den direkten Zusammenhang mit der Geschwindigkeit des Meßfahrzeugs.

Für manuell zu verfahrenende Meßsysteme kann eine maximale Geschwindigkeit von  $\sim 20 \text{ km/h}$  angenommen werden. Daraus folgt, daß bei einer angestrebten Systemgenauigkeit im Subzentimeterbereich die zeitliche Synchronisation möglichst besser als  $0,1 \text{ ms}$  realisiert werden sollte. Dieser für die Datenerfassung angestrebte Wert läßt sich im Rahmen der späteren Auswertung optimieren, indem Restfehler der zeitlichen Synchronisation durch Einführung von Korrekturparametern im Unbekanntenvektor der Auswertung mitgeschätzt werden.

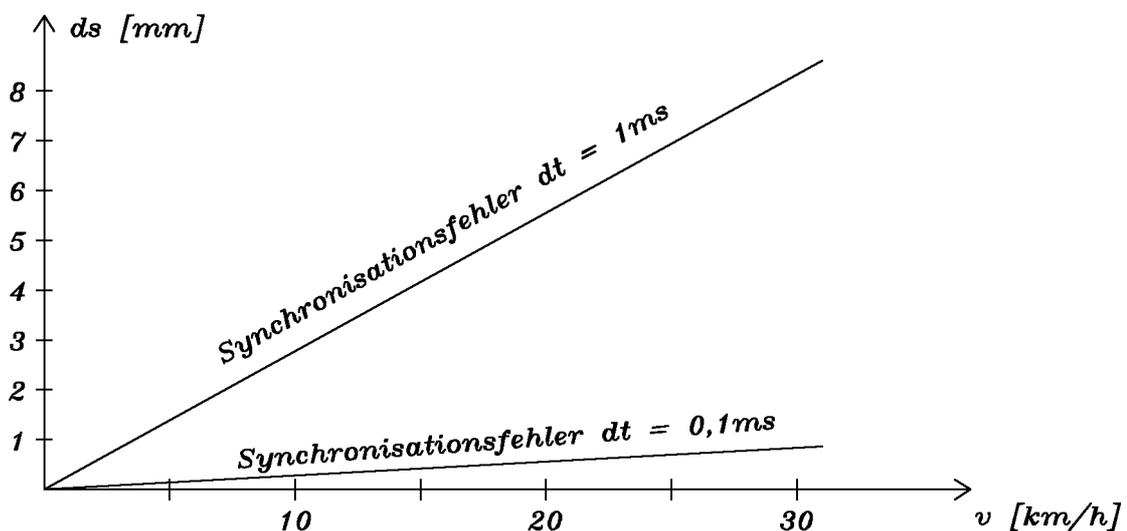


Abb. II-18: Auswirkungen zeitlicher Synchronisationsfehler bei gleichförmiger Bewegung

Sowohl GPS als auch INS verfügen über eigene Zeitskalen. Ähnlich der räumlichen Synchronisation ist für diese Zeitskalen ein gemeinsamer Bezug aller Sensoren zu definieren.

Die GPS-Zeitskala ist eine „freie“ Zeitskala, d.h. sie wurde vom Systembetreiber definiert. Die GPS-Zeit bezieht sich auf die sogenannte „Composite Clock“, die mittels der Frequenznormale der Monitorstationen und der Satelliten gebildet wird. Als Maßstab gilt die SI-Definition der Sekunde (*Die Sekunde ist das 9192631770fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids  $^{133}\text{Cs}$  entsprechenden Strahlung*). Nullpunkt der GPS-Zeitskala ist 00 : 00 h am 6. Januar 1980 (UTC). Zu diesem Zeitpunkt stimmten die GPS-Zeit und die koordinierte Weltzeit (UTC) noch überein. Da bei der Definition der GPS-Zeit keine Schaltsekunden eingeführt wurden, entfernen sich die GPS- und die UTC-Skala voneinander. Neben diesem ganzzahligen Anteil (aktueller Wert nach IERS und USNO  $\Delta t_{UTC-GPS}^{Dez.2000} = 13 \text{ s}$ ), der beispielsweise zusammen mit den Navigationsnachrichten der Broadcast-Ephemeriden ausgesandt wird, sind zwischen UTC und GPS-Zeit maximale Abweichungen von wenigen Nanosekunden möglich. Für das Postprocessing stehen auch hier korrigierte Daten zur Verfügung.

Die Sensoren des INS sind durch ihre Kalibrierung bereits „werksseitig“ als synchronisiert zu betrachten. Der Ausgabe-Datensatz eines INS enthält neben den Beschleunigungen und Rotationen eine eigene Zeitmarke. Die INS-Zeitmarken sind auf relative Zeitmessung ausgelegt. Sie starten zu Beginn der Messung mit dem Wert  $t_0 = 0$  und zählen dann mit der Meßfrequenz (z.B. 50 Hz) kontinuierlich aufwärts. Da eine „Signal-Unterbrechung“ im Fluß der INS-Daten ist nicht zu erwarten ist – es wäre dann keine Aufsummierung der integrierten Daten und somit keine Auswertung möglich – ließen sich die INS- und die GPS-Zeitskalen theoretisch durch eine einmalige Synchronisation zu Beginn der Messung aufeinander abstimmen (zeitliche Initialisierung). Um jedoch Driftfehler des INS beispielsweise durch CUPTs zu eliminieren, sollten alle Meßepochen, für die sowohl INS- als auch GPS-Daten vorliegen, synchronisiert werden.

Generell kann zur zeitlichen Synchronisation von INS und GPS eine beliebiges externes Zeitnormal eingeführt werden. Da jedoch jeder GPS-Empfänger die wohldefinierte GPS-Zeitskala repräsentiert, bietet sich diese als gemeinsamer Bezug an. Daher basieren nahezu alle Methoden zur zeitlichen INS/GPS-Synchronisation auf Nutzung des durch einige Empfänger ausgegebenen PPS-Signals (**P**uls **P**er **S**ecund). In der Regel erfolgt die eigentliche Synchronisation mit einigem gerätetechnischen Aufwand. Eine in der Literatur häufig anzutreffende Hardwarelösung ist der Einsatz der sogenannten ARINC-Interfacekarte, über die INS und GPS miteinander verbunden werden ([SÖHNE 1996], [BÄUMKER 1996]).

Bei der *ARINC*-Interfacekarte handelt es sich um eine für die Luft- und Raumfahrt entwickelte Hardwareerweiterung handelsüblicher PC (full size *ISA bus card*), mit der eine simultane Datenübertragung auf mehreren Sende- und Empfangskanälen gewährleistet werden soll. Auf der Karte befinden sich ein zusätzlicher Prozessor (z.B. *80 186*, *10 MHz*) und ein PC-Bussystem mit Pufferspeicher (z.B. *16 ... 64 kB RAM*). Die Daten werden als *ARINC data words* (*32 bit*) mit einer minimalen *Update Rate* von *1 ms* (Auflösung) ([GPA 1993]) übertragen. Neuere Datenblätter zeigen Weiterentwicklungen mit weit höheren Auflösungen. Nach [SÖHNE 1996] ermöglicht die mittels *PPS*-Signal getaktete *ARINC*-Karte eine Bestimmung der Differenz zwischen Ausgabe der INS-Meßepoche und Eintreffen des *PPS*-Signals mit einer Genauigkeit von *0,1 ... 0,2 ms*.

Vorteil einer solchen Hardwarelösung ist die einfache Integration in bestehende Systeme, die durch mitgelieferte Software-Tools unterstützt wird. Leider können solche Karten nicht in handelsübliche Notebooks, sondern nur in PC eingebaut werden, was die Flexibilität eines verfahrbaren Systems einschränkt oder teure Sonderkonstruktionen erfordert. Darüber hinaus sollte der verwendete Rechner über eine höhere Prozessorleistung verfügen, als der integrierte Prozessor der *ARINC*-Karte. Selbstverständlich ist auch bei einer Hardwarelösung eine Kalibrierung des Übertragungssystems unumgänglich.

Im Rahmen dieser Arbeit war auf aufwendige Hardwarelösungen zu verzichten. Stattdessen wurden reine Softwarelösungen zur Datensynchronisation entwickelt (Abschnitt IV).

### II.3.3 Kombinierte INS/GPS-Auswertung ("mathematische Synchronisation")

Die Datenverarbeitung zur Navigationslösung erfolgt heutzutage im allgemeinen mit Hilfe der KALMAN-Filter-Technik. Dabei lassen sich grundsätzlich drei Arten der Kombination von INS- und GPS-Messungen unterscheiden:

- **Separate Operation:** INS- und GPS-Lösungen werden unabhängig voneinander berechnet. Die unabhängigen Positionslösungen beider Systeme werden zu einer gemeinsamen Lösung kombiniert. Oft wird das hochfrequente INS zur Interpolation zwischen den GPS-Punkten herangezogen. Es handelt sich nicht um eine Integration, da eine gegenseitige Stützung der Systeme nicht stattfindet.
- **Kaskadierende Integration:** Die INS-Auswertung wird mittels einer zuvor berechneten GPS-Navigationslösung gestützt. Dabei können entweder GPS-Koordinaten

für *CUPTs* genutzt oder abgeleitete GPS-Größen (z.B. Basislinien) als Beobachtungen in das KALMAN-Filter der INS-Auswertung einfließen. Es handelt sich um eine „unvollständige Integration“ ([EISSFELLER 1989]). Die Berechnung erfolgt beispielsweise in zwei KALMAN-Filtern, die in Wechselwirkung INS-Daten allein und die Kombination von INS- und GPS-Daten verarbeiten. Diese Kombination wird auch als *dezentralisiertes KALMAN-Filter* bezeichnet.

- **Vollständige Integration:** Die vollständige Integration erfolgt in einem gemeinsamen Auswerteprozess. Dies kann ein gemeinsames KALMAN-Filter sein, dessen Zustandsvektor nicht nur aus den INS-Größen (z.B. Position, Sensorfehler), sondern auch durch die für die GPS-Auswertung relevanten Größen (Mehrdeutigkeiten, Uhrfehler) besteht. Bei der Bildung einer hybriden Lösung in einem einzelnen Filter spricht man auch von einem *zentralisierten KALMAN-Filter*

Die *vollständige Integration* erfordert einen Zugang zu den Rohdaten beider Systeme sowie deren Synchronisation. Neben der Kombination des INS mit den auf dem Trägerfahrzeug angebrachten GPS-Receivern müssen zur Berechnung von *DGPS*-Lösungen die Daten der Referenz-Station(en) zur Verfügung stehen. Für einen Echtzeit-Einsatz führt dies zu einem immensen Aufwand für Telemetrie sowie erhöhten Anforderungen an die mitzuführende Rechnerleistung. Erschwerend hinzu kommt die Tatsache, daß die herkömmlichen kommerziellen Soft- und Hardware-Produkte keine gemeinsame Auswertung zulassen. Daher wird der Idealfall der *vollständigen Integration* in absehbarer Zeit auf wissenschaftliche Untersuchungen im Postprocessing-Modus beschränkt bleiben.

Die *kaskadierende Integration* bietet sich für die Aufgaben der Echtzeit-Navigation an, da hier handelsübliche RTK-Systeme für die GPS-Messungen eingesetzt werden können, um das INS zu stützen.

Obige Einteilung beschränkt sich auf allgemeine Navigationsanwendungen und ist auf die Aufgabenstellungen der Ingenieurgeodäsie nicht unbedingt anwendbar. Folgende Punkte sind zu berücksichtigen:

- In der Ingenieurgeodäsie ist für die Messung ein möglichst flexibles, handliches Meßsystem wünschenswert, das aus handelsüblichen Komponenten zusammengestellt werden kann ( $\implies$  separater Betrieb während der Messung).
- Im Gegensatz zur Navigation ist eine Auswertung in Echtzeit selten notwendig. Für die meisten Anwendungen ist es ausreichend, wenn das Ergebnis wenige Minuten nach der Messung vorliegt ( $\implies$  Quasi-Echtzeit).

- Der Markt der GPS-Systeme (Hard- und Software) unterliegt auf Grund der hohen Nachfrage einer rasanten Entwicklung. Um Neuerungen sofort nutzen zu können, ist die Einbindung kommerzieller Software von großem Vorteil. Für INS ist – wie bereits erläutert – nur selten ein Rohdatenzugang gegeben. Daher wäre ein flexibles Auswertekonzept wünschenswert, das auch die Verarbeitung vorprozessierter Daten erlaubt. ( $\implies$  abgeleitete Beobachtungen).
- Ingenieurgeodätische Anwendungen erlauben oft die Formulierung zusätzlicher (geometrischer) Randbedingungen, die im Auswerteprozess zu einer Erhöhung der Freiheitsgrade führen ( $\implies$  Bedingungsgleichungen).
- Die Einführung zusätzlicher Unbekannter (z.B. Restdriften) in den Auswerteprozess ermöglicht mit Einschränkungen eine Modellierung von Sensor- bzw. Sensorrestfehlern. In einer gemeinsamen Auswertung werden nicht nur die beiden Meßverfahren gegenseitig ( $\implies$  Integration), sondern zusätzlich durch die einzuführenden Randbedingungen gestützt.

In Anlehnung an die obige Klassifikation wird im Rahmen dieser Arbeit das Konzept *GPS/INS-Integration abgeleiteter Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen* verfolgt.

## III Modell

Primäres Ziel dieser Arbeit ist die Modellierung der Geometrie eines stabförmigen Bauwerks am Beispiel der Biegelinie einer Brücke aus kontinuierlich gemessenen Beschleunigungen und differentiellen Winkeländerungen (INS) sowie direkt gemessenen diskreten Punkten (GPS). In einem zweiten Schritt sollen als Modellerweiterung Beziehungen zwischen der erfaßten geometrischen Form, den Materialparametern der Brücke und den formbeeinflussenden Belastungen aufgezeigt werden.

### III.1 Differentialgeometrische Grundlagen

Die Beziehungen zwischen den gesuchten geometrischen Größen und den Meßwerten lassen sich mit Hilfe der Differentialgeometrie beschreiben, die die Eigenschaften von Kurven und Flächen mit den Methoden der Differentialrechnung untersucht. Die untersuchten differentialgeometrischen Eigenschaften sind per definitionem unabhängig vom gewählten Koordinatensystem.

#### III.1.1 Definition und Parametrisierung einer Kurve

Eine parametrisierte Kurve im  $\mathbb{R}^n$  stellt eine Abbildung  $\vec{r}: [0, K] \rightarrow \mathbb{R}^n$  des Intervalls  $[0, K] \subset \mathbb{R}$  in den  $\mathbb{R}^n$  dar. Die Bildmenge  $\vec{r}([0, K]) \subset \mathbb{R}^n$  nennt man den Träger der parametrisierten Kurve. Ein Träger läßt sich mittels eines Kurvenparameters  $t$  und der Komponentenfunktionen  $x_j(t)$  in der Form  $\vec{r}(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]$  parametrisieren. Dabei kann derselbe Träger durch unterschiedliche Parametrisierungen dargestellt werden. Eine Kurve läßt sich demnach auch definieren als Klasse aller zu einer festen Darstellung äquivalenter Parameterdarstellungen.

Die Abbildung  $\vec{r}$  heißt eine  $C^k$ -parametrisierte Kurve ( $C^\infty$ -parametrisierte Kurve), wenn die Komponentenfunktionen  $x_j$  mindestens  $k$ -mal (beliebig oft) stetig differenzierbar auf dem Intervall  $[0, K]$  sind. Eine  $C^1$ -parametrisierte Kurve  $\vec{r}: [0, K] \rightarrow \mathbb{R}^n$  heißt glatt, wenn für alle Stellen dieser Kurve  $\dot{\vec{r}} \neq 0$  ist.

Die Ableitungen des Ortsvektors  $\vec{r}$  der Kurve erhält man durch Differentiation seiner Einzelkomponenten  $\dot{\vec{r}} = [\dot{x}_1(t), \dots, \dot{x}_n(t)]$ . Durch einfache Integration von  $\dot{\vec{r}}$  über dem Intervall  $[0, t]$  erhält man die Bogenlänge

$$L = s(t) = \int_0^t |\dot{\vec{r}}(\tau)| d\tau, \quad (\text{III.1.1-1})$$

die den auf der Kurve zurückgelegten Weg wiedergibt. Entspricht der Parameter  $t$  der Zeit, so sind die Ableitungen  $\dot{\vec{r}}$  als Geschwindigkeits- und  $\ddot{\vec{r}}$  als Beschleunigungsvektor zu deuten.

Der Übergang von einer Parametrisierung des Trägers einer Kurve zu einer anderen Parametrisierung desselben Trägers erfolgt über eine Parametertransformation. Eine  $C^k$ -parametrisierte Kurve  $\vec{r} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$  mit dem laufenden Parameter  $t$  und der Gesamtlänge  $L$  läßt sich über eine umkehrbare  $C^k$ -Parametertransformation in der Form

$$\vec{R}(s) = \vec{r}(t(s)), \quad s \in [0, L] \quad (\text{III.1.1-2})$$

auf die Bogenlänge  $s$  als „natürlichem“ Parameter beziehen (*kanonische Darstellung*). Praktisch erhält man die Parametertransformation durch Auflösen der Gleichung  $s = s(t)$  nach  $t \implies t = t(s)$  und Einsetzen in die Parameterdarstellung.

**Vereinbarung:** Im folgenden wird mit  $\dot{z}$  die Ableitung nach einem beliebigen Parameter (z.B.  $t$ ) und mit  $z'$  die Ableitung nach der Bogenlänge  $s$  gekennzeichnet.

### III.1.2 Raumkurven

Mit Hilfe der Abbildung  $\vec{r} : [0, k] \rightarrow \mathbb{R}^3$  läßt sich ein stabförmiges Bauwerk als  $C^3$ -parametrisierte Kurve im Raum  $\mathbb{R}^3$  in der Parameterform

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \quad (\text{III.1.2-1})$$

mit beliebigem Parameter  $t$  (z.B. der Zeit als laufendem Parameter) von  $t = t_0 = 0$  bis  $t = t_k$  beschreiben. Durch Einführung der Bogenlänge  $s(t) = \int_0^t |\dot{\vec{r}}(\tau)| d\tau$  als „natürlichem“ Parameter gelangt man zu der Darstellung:

$$\vec{r} = \vec{r}(s) = (x(s), y(s), z(s)). \quad (\text{III.1.2-2})$$

Für eine  $C^3$ -parametrisierte Kurve mit der Bogenlänge  $s$  als laufendem Parameter lassen sich mittels der *Frenetschen Ableitungsformeln* die Zusammenhänge zwischen den Vektoren des begleitenden Dreibeins  $(\vec{t}_0, \vec{n}_0, \vec{b}_0)$  bzw. ihrer Ableitungen  $(\vec{t}_0', \vec{n}_0', \vec{b}_0')$  und den Größen  $\kappa$  und  $\tau$  darstellen.

$$\vec{t}_0' = \frac{d\vec{t}_0(s)}{ds} = \kappa \cdot \vec{n}_0, \quad \vec{n}_0' = \frac{d\vec{n}_0(s)}{ds} = -\kappa \cdot \vec{t}_0 + \tau \cdot \vec{b}_0, \quad \vec{b}_0' = \frac{d\vec{b}_0(s)}{ds} = -\tau \cdot \vec{n}_0$$

Parametrisierung	$\vec{r}(t)$	$\vec{r}(s)$
<b>Begleitendes Dreibein</b>		
Tangenteneinheitsvektor $\vec{t}_0$	$\vec{t}_0 = \frac{\dot{\vec{r}}(t)}{ \dot{\vec{r}}(t) }$	$\vec{t}_0 = \vec{r}'(s)$
Normaleneinheitsvektor $\vec{n}_0$	$\vec{n}_0 = \vec{b}_0 \times \vec{t}_0$	$\vec{n}_0 = \frac{\vec{r}''(s)}{ \vec{r}''(s) }$
Binormaleneinheitsvektor $\vec{b}_0$	$\vec{b}_0 = \frac{\dot{\vec{r}}(t) \times \ddot{\vec{r}}(t)}{ \dot{\vec{r}}(t) \times \ddot{\vec{r}}(t) }$	$\vec{b}_0 = \vec{t}_0 \times \vec{n}_0$
Krümmung $\kappa$	$\kappa = \frac{ \dot{\vec{r}}(t) \times \ddot{\vec{r}}(t) }{ \dot{\vec{r}}(t) ^3}$	$\kappa =  \vec{r}''(s) $
Torsion (Windung) $\tau$	$\tau = \frac{\langle \dot{\vec{r}}(t), \ddot{\vec{r}}(t), \ddot{\vec{r}}(t) \rangle}{ \dot{\vec{r}}(t) \times \ddot{\vec{r}}(t) ^2}$	$\tau = \vec{n}_0' \cdot \vec{b}_0$

**Tab. III–1:** Zusammenstellung der Kenngrößen von Raumkurven im  $\mathbb{R}^3$  für die Parametrisierungen mittels eines beliebigen Parameters  $t$  und der Bogenlänge  $s$ .

Durch die drei *Frenetschen Gleichungen* werden für die jeweils drei Komponenten der Vektoren  $\vec{t}_0(s)$ ,  $\vec{n}_0(s)$  und  $\vec{b}_0(s)$  neun Differentialgleichungen gebildet, durch welche sich bei Vorgabe von  $\vec{t}_0(0)$ ,  $\vec{n}_0(0)$  und  $\vec{b}_0(0)$  die Kurve  $\vec{r}(s)$  konstruieren läßt.

Nach dem *Hauptsatz der Kurventheorie* sind die Kenngrößen Krümmung  $\kappa$  und Torsion  $\tau$  invariant gegenüber den unterschiedlichen (zulässigen) Parametrisierungen eines Trägers, d.h.  $\kappa$  und  $\tau$  sind nur abhängig von dem betrachteten Kurvenpunkt und nicht von der Art der Parametrisierung. Es handelt sich also bei  $\kappa$  und  $\tau$  um echte Eigenschaften des Trägers. Demnach ist eine  $C^2$ -parametrisierte Kurve in kanonischer Darstellung  $\vec{r}(s) : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}^3$  bereits durch Funktionen ihrer Krümmung  $\kappa(s)$  und ihrer Torsion  $\tau(s)$  bis auf Drehungen und Translationen eindeutig bestimmt.

Die Beschreibung der Form eines stabförmigen Bauwerks über die Größen Krümmung  $\kappa$  und Torsion  $\tau$  ist nicht nur invariant gegenüber der Art der Parametrisierung, sondern auch invariant gegenüber der gewählten Verfügung über das geodätische Datum.

### III.1.3 Ebene Kurven

Analog zu den Raumkurven in Abschnitt 1.2 lassen sich auch für ebene Kurven im  $\mathbb{R}^2$  unterschiedliche Darstellungen zur Definition eines Trägers finden.

<b>Kartesische Koordinaten</b>	explizite Form : $y = y(x)$ implizite Form : $F(x, y) = 0$ Parameterform : $x = x(t), y = y(t)$
<b>Polarkoordinaten</b>	$\varrho = \varrho(\varphi)$

**Tab. III–2:** Darstellungen ebener Kurven im  $\mathbb{R}^2$ .

Die Kenngrößen einer ebenen Kurve lassen sich ebenfalls für Parametrisierungen mittels eines beliebigen Parameters  $t$  oder mittels der Bogenlänge  $s = s(t) = \int_0^t |\dot{\vec{r}}(\tau)| d\tau$  angeben. Es ist anschaulich, daß die Definitionen für den Binormaleneinheitsvektor  $\vec{b}_0$  und für die Torsion  $\tau$  bei der Betrachtung ebener Kurven nicht sinnvoll sind.

Parametrisierung	$\vec{r}(t)$	$\vec{r}(s)$
<b>Begleitendes Zweibein</b>		
Tangenteneinheitsvektor $\vec{t}_0$	$\vec{t}_0 = \frac{\dot{\vec{r}}(t)}{ \dot{\vec{r}}(t) }$	$\vec{t}_0 = \vec{r}'(s)$
Normaleneinheitsvektor $\vec{n}_0$	$\vec{n}_0 = \dot{\vec{r}}(t) \times [\dot{\vec{r}}(t) \times \ddot{\vec{r}}(t)]$	$\vec{n}_0 = \frac{\vec{r}''(s)}{ \vec{r}''(s) }$
Krümmung $\kappa$	$\kappa = \frac{\det(\dot{\vec{r}}(t), \ddot{\vec{r}}(t))}{ \dot{\vec{r}}(t) ^3}$	$\kappa = \det(\vec{r}'(s), \vec{r}''(s))$

**Tab. III–3:** Zusammenstellung der Kenngrößen von ebenen Kurven im  $\mathbb{R}^2$  für die Parametrisierungen mittels eines beliebigen Parameters  $t$  und der Bogenlänge  $s$ .

Für die kanonische Darstellung einer  $C^2$ -parametrisierten ebenen Kurve ergeben sich die *Frenetschen Ableitungsformeln* zu:

$$\vec{t}_0' = \frac{d\vec{t}_0(s)}{ds} = \kappa \cdot \vec{n}_0, \quad \vec{n}_0' = \frac{d\vec{n}_0(s)}{ds} = -\kappa \cdot \vec{t}_0.$$

Analog zu Abschnitt 1.2 ist nach dem *Hauptsatz der Kurventheorie* eine  $C^2$ -parametrisierte ebene Kurve in kanonischer Darstellung  $\vec{r}(s) : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}^2$  bereits durch die Funktion ihrer Krümmung  $\kappa(s)$  bis auf zwei Translationen und eine Drehung eindeutig bestimmt.

## III.2 Grundlagen der Theorie der Biegelinie

### III.2.1 Definition der Biegelinie

Ein stabförmiges Bauwerk, wie z.B. ein Brücke, läßt sich als elastischer Körper (Träger) beschreiben, der durch sein Eigengewicht (ständige Last) und durch aufgebrachte Belastungen (Verkehrslast) einer Biegekraft senkrecht zu seiner Achse ausgesetzt ist. Unter Vernachlässigung von Dehnung und Kontraktion kann dieser Träger auf eine Linie reduziert werden, die auch als *neutrale Faser des Körpers* bezeichnet wird. Die Funktion  $w(x) = z(x)$ , die für die neutrale Faser die Durchbiegung des stabförmigen Bauwerks senkrecht zu seiner Achse in Abhängigkeit des Ortes  $x$  angibt, wird als *Biegelinie* bezeichnet.

#### III.2.1.1 Differentialgleichung der Biegelinie

Die Gleichung der Biegelinie läßt sich in kartesischen Koordinaten in der expliziten Form  $w = w(x) = z(x)$  angeben. Dazu wird der Zusammenhang zwischen der Krümmung der Biegelinie und der Durchbiegung bestimmt. Ausgehend von der Funktion des Krümmungskreises in impliziter Darstellung

$$\rho(x)^2 = (x - x_M)^2 + (z - z_M)^2 \quad (\text{III.2.1.1-1})$$

erhält man durch zweimaliges Ableiten nach  $x$ :

$$0 = (x - x_M) + \frac{dz}{dx} \cdot (z - z_M) \quad \Longrightarrow \quad (x - x_M) = \frac{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}{\frac{d^2z}{dx^2}} \cdot \frac{dz}{dx} \quad (\text{III.2.1.1-2a})$$

$$0 = \left(1 + \frac{dz}{dx}\right) + (z - z_M) \cdot \frac{d^2z}{dx^2} \quad \Longrightarrow \quad (z - z_M) = -\frac{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}{\frac{d^2z}{dx^2}} \quad (\text{III.2.1.1-2b})$$

und Einsetzen dieser Ableitungen in die Kreisgleichung (III.2.1.1-1)

$$\rho(x) = \frac{\left(1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right)^{\frac{2}{3}}}{\frac{d^2z}{dx^2}} = \frac{1}{\kappa(x)}. \quad (\text{III.2.1.1-3})$$

Aufgrund der relativ kleinen Durchbiegungen ist  $\left(\frac{dz}{dx}\right) \ll 1$ , so daß sich obige Gleichung vereinfacht zu:

$$\rho(x) = \left(\frac{d^2z}{dx^2}\right)^{-1} \quad \Longleftrightarrow \quad \kappa(x) = \left(\frac{d^2z}{dx^2}\right) \quad (\text{III.2.1.1-4})$$

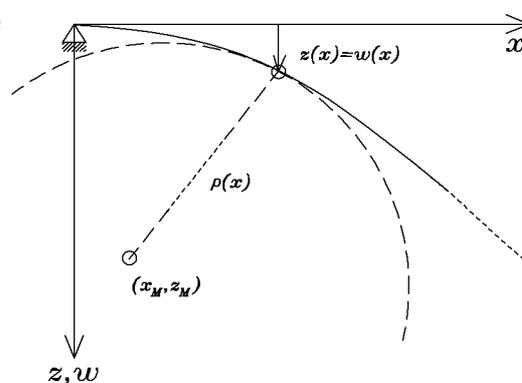


Abb. III-1: Krümmungskreis an der Biegelinie

Zwischen dem Krümmungskreisradius  $\rho(x)$  und dem Biegemoment  $M_y(x)$  besteht nach [STEIN 1990] die exakte Beziehung:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M_y(x)}{E \cdot I_y(x)}. \quad (\text{III.2.1.1-5})$$

Dabei ist  $E$  das Elastizitätsmodul und  $I_y(x)$  das axiale Flächenmoment zweiten Grades.

Unter den vier Annahmen der technischen Biegelehre:

1. *Elastische Verschiebungen*: Querschnitte bleiben formtreu, so daß alle Punkte eines Querschnitts dieselbe Durchbiegung  $w = w(x)$  erfahren.
2. *BERNOULLI-Hypothese*: Querschnitte bleiben eben, verdrehen sich aber
3. *Elastizitätsgesetz*: Biegemoment  $M_y$  erzeugt nur Normalspannungen  $\sigma_x$ , so daß gilt  $\sigma_y = 0 \rightarrow \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$
4. *Normalenhypothese nach Bernoulli*: Vernachlässigung der Schubdeformation  $\gamma_{xz} = 0$ , so daß die im unverformten Zustand zur Stabachse normalen Querschnitte auch normal zur verformten Stabachse stehen.

und der Voraussetzung, daß  $z(x) \ll x$  ist, lassen sich die Gleichungen für  $\rho(x)$  (III.2.1.1-4 und -5) gleichsetzen und obige Gleichung vereinfacht sich zu der *konstitutiven Gleichung*

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{M_y(x)}{E \cdot I_y(x)}, \quad (\text{III.2.1.1-6})$$

die auch als das *Elastizitätsgesetz des Biegebalkens* bezeichnet wird.

Die Biegelinie  $z(x) = w(x)$  ergibt sich bei bekanntem Moment  $M_y(x)$ , also bei statisch bestimmten Systemen, durch zweifache Integration obiger DGL, wobei zur Lösung der Integrationskonstanten noch über zwei Randbedingungen für die Verschiebungen verfügt werden muß.

Bei unbekanntem Moment ist die DGL mit der Beziehung  $\frac{d^2 M_y(x)}{dx^2} = -q_z(x)$  umzuformen, so daß

$$\frac{d^2 \left( \frac{d^2 z}{dx^2} \cdot E \cdot I_y(x) \right)}{dx^2} = q_z(x) \quad (\text{III.2.1.1-7})$$

wird. Für ein konstantes axiales Flächenmoment  $I_y(x) = I_y = \text{const.}$  wird die DGL zu  $E \cdot I_y \cdot z'''' = q_z$ . Im Gegensatz zur ersten DGL sind nun vier Randbedingungen zu erfüllen, um die Biegelinie zu bestimmen.

### III.2.1.2 Differentialgleichungen eines Biegeträgers

Die Schnittgrößen und Verformungen eines Biegeträgers unter einer senkrecht zur Trägerachse angreifenden Belastung  $q_z(x)$  lassen sich durch vier simultane Differentialgleichungen erster Ordnung beschreiben (Tab. III-4).

Durchbiegungsfunktion (Biegelinie)	$w(x) = f(x)$	
Neigungsfunktion	$\varphi(x) = \frac{dw(x)}{dx} = f'(x)$	
Biegemomentenfunktion	$\frac{-M(x)}{E \cdot I_y} = \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = f''(x)$	
Querkraftfunktion	$Q(x) = \frac{d^3 w(x)}{dx^3} = f'''(x)$	
Belastungsfunktion	$\frac{q_z(x)}{E \cdot I_y} = \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = f''''(x)$	

Tab. III-4: Differentialgleichungen eines Biegeträgers

Ausgehend von einem konstanten axialen Flächenmoment  $I_y(x) = I_y = const.$  ergeben sich die Differentialgleichungen des Biegeträgers nach [SCHNEIDER 1990] zu:

$$Q(x) = - \int q(x) dx + Q_0 = \bar{Q}(x) + Q_0 \quad (\text{III.2.1.2-1a})$$

$$M(x) = \int \bar{Q}(x) dx + Q_0 \cdot x + M_0 = \bar{M}(x) + Q_0 \cdot x + M_0 \quad (\text{III.2.1.2-1b})$$

$$\varphi(x) = - \int \frac{\bar{M}(x)}{E \cdot I_y} dx + \frac{(-Q_0 \cdot \frac{x^2}{2} - M_0 \cdot x)}{E \cdot I_y} + \varphi_0 = \bar{\varphi}(x) + \frac{(-Q_0 \cdot \frac{x^2}{2} - M_0 \cdot x)}{E \cdot I_y} + \varphi_0 \quad (\text{III.2.1.2-1c})$$

$$w(x) = \int \bar{\varphi}(x) dx + \frac{(-Q_0 \cdot \frac{x^3}{6} - M_0 \cdot \frac{x^2}{2})}{E \cdot I_y} + \varphi_0 \cdot x + W_0 \quad (\text{III.2.1.2-1d})$$

Für die unbekanntenen Integrationskonstanten  $Q_0$ ,  $M_0$ ,  $\varphi_0$  und  $w_0$  sind als Randbedingungen die Anfangswerte der Querkraft-, der Momenten-, der Neigungs- und der Durchbiegungsfunktion am linken Stabende anzusetzen.

Die simpelste Form einer Belastungsfunktion ist die Modellierung der ständigen Last (reine Eigenlast) als gleichmäßig verteilte Streckenlast ( $q_z(x) = const.$ ), aus der sich die Biegelinie als Polynom vierten Grades ergibt. Häufige Variante ist ein quadratischer Ansatz der Belastungsfunktion, was analog zu einem Polynom sechsten Grades für die Biegelinie führt.

### III.2.1.3 Durchlaufträger

*Durchlaufträger* erstrecken sich ohne Unterbrechung der Stabachse über drei oder mehr Stützen. Im Gegensatz zum Biegeträger auf zwei Stützen treten überzählige Größen als Festhaltungen auf und das Tragwerk ist statisch unbestimmt gelagert bzw. äußerlich statisch unbestimmt. Bei  $m$  Feldern gehören zum Durchlaufträger  $m + 1$  Stützen oder Lagerpunkte, von denen zur Aufnahme von horizontalen Lasten mindestens eines ein festes Lager sein muß. Alle anderen Lager sind beweglich, um Längenänderungen z.B. aufgrund von Temperaturschwankungen ungehindert ausgleichen zu können. Die Vorteile eines Durchlaufträgers gegenüber einem Träger auf zwei Stützen sind um 60-70% kleinere Biegemomente an den zur Bemessung maßgebenden Stellen und damit geringere Abmessungen. Die Hauptanwendungen von Durchlaufträgern finden sich sowohl für den Stahl- als auch für den Stahlbetonbau im Hoch- und im Brückenbau.

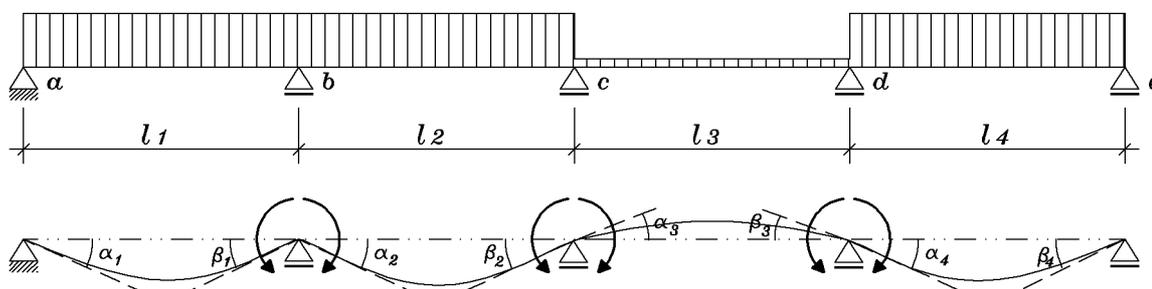


Abb. III-2: Biegelinie eines Durchlaufträgers (in Anlehnung an [BOCHMANN 1981])

Prinzipiell kann jedes Feld eines Durchlaufträgers als statisch bestimmter Träger auf zwei Stützen betrachtet werden. Bei der Lösung der DGL zur Bestimmung der Biegelinie sind zusätzlich zu den Randbedingungen noch Übergangsbedingungen zu den benachbarten Feldern zu beachten. Die Belastung eines jeden Einzelträgers besteht aus den Lasten (Eigenlast und Verkehrslast) und den Stützenmomenten an den Enden. Folge dieser Wirkungen sind Durchbiegungen, die mit Verdrehungen der Stabachse über dem Auflager verbunden sind (Abb. III-2). Die Wirkungen eines Stützmoments erstreckt sich dabei nur auf das

anschließende Feld. Durch die Durchlaufwirkung ist gewährleistet, daß kein „Knick“ in der Stabachse auftreten kann. Das bedeutet, daß die Tangenten an die Biegelinien zweier benachbarter Einzelträger über der Innenstütze zusammenfallen. Nach [BOCHMANN 1981] gelten daher für die Drehwinkel  $\beta_{m-1}$  und  $\alpha_m$  über den Innenstützen die Bedingungen:

$$\beta_1 = \alpha_2, \quad \beta_2 = \alpha_3, \quad \beta_3 = \alpha_4, \quad \dots \quad \beta_{m-1} = \alpha_m \quad (\text{III.2.1.3-1})$$

### III.3 Modell zur Bestimmung der Biegelinie einer Brücke mittels INS/GPS-Kombination

#### III.3.1 Annahmen zur Modellbildung

Am Beispiel einer Brücke wird die direkte Erfassung der Biegelinie eines stabförmigen Bauwerks mittels eines kombinierten INS/GPS-Meßsystems gezeigt. Das INS/GPS-Meßfahrzeug wird entlang der Längsachse der Brücke auf einer fest mit dem Brückenkörper verbundenen, reproduzierbaren Trasse (Gleiskörper oder Brückenbeobachtungswagen) verfahren.

**Annahmen:**

- Die fest mit dem Brückenkörper verbundene Trasse wird als physikalische Realisierung der Biegelinie betrachtet.
- Für die Dauer einer Überfahrt befindet sich die Brücke in einem rein statischen Zustand.
- Es gelten die unter III.2 definierten Annahmen der technischen Biegelehre.

Im Rahmen dieser Arbeit ist ein möglichst einfaches mathematisches Modell für die Biegelinie einer Brücke zu entwickeln, das es ermöglicht, die mittels geometrischer und kinematischer Meßverfahren zu bestimmende Form der Brücke  $w(x)$  in Bezug zu setzen zu aktuellen Beanspruchungen (Last, Temperatur) und Materialparametern (E-Modul, Temperatureausdehnungskoeffizienten).

Zur Darstellung der Biegelinie in expliziter Form  $w(x)$  stehen verschiedenste mathematische Funktionsansätze zur Verfügung, wie z.B. trigonometrische Funktionen, Splinefunktionen oder Seilkurven (Kettenlinien). Um jedoch im einfachen Modell der DGL eines

Biegeträgers (III.2.1.2) auf Schnittgrößen und Verformungen unter der Funktion angreifender Lasten  $q(x)$  schließen zu können, wird in dieser Arbeit der im Bauingenieurwesen übliche Polynomansatz gewählt.

Die Darstellung der Funktion der Biegelinie erfolgt in expliziter Form  $w(x)$  als Polynom vierter oder höherer Ordnung, von dem sich die Schnittgrößen für jeden beliebigen Punkt des Bauwerks ableiten lassen. Dazu sind die rein geometrischen Meßgrößen des GPS (Koordinaten diskreter Punkte) mit den zeitabhängigen geometrischen Meßgrößen des INS (Neigungsänderungen entlang der Biegelinie) und den kinematischen Meßgrößen des INS (Beschleunigungen) in einem geeigneten Modell zusammenzuführen.

Die Modellbildung erfolgt am Beispiel einer  $n$ -feldrigen geraden Brücke, deren Biegelinie im Aufriß als ebene Kurve mit Hilfe der Differentialgeometrie dargestellt werden soll (Abb. III–3). Dem statischen System liegt das Modell eines Durchlaufträgers über  $n$  Felder zu Grunde.

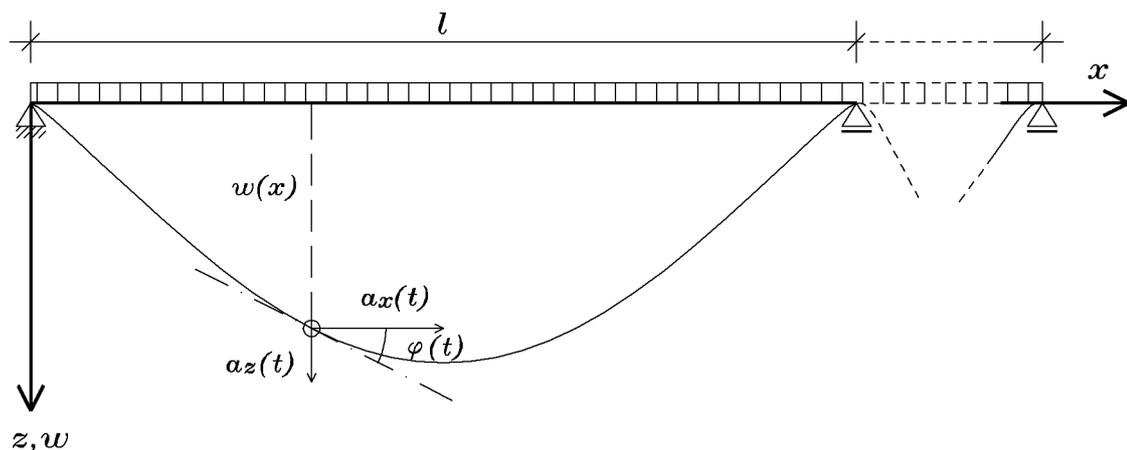


Abb. III–3: Koordinatensystem zur Berechnung der Biegelinie

### III.3.1.1 Definition des Koordinatensystems

Für die Berechnung der Biegelinie wird ein lokales kartesisches Koordinatensystem (Rechtssystem) definiert. Die  $x$ -Achse des Systems fällt mit der idealen Längsachse (nichtausgelenkte Biegelinie) der Brücke zusammen. Die  $z$ -Achse weist, unter Vernachlässigung von Lotabweichungen und der Annahme paralleler Ellipsoidnormalen im lokal begrenzten System, in Richtung der Ellipsoidnormalen. Die  $y$ -Achse durchstößt senkrecht die in Abb. III-3 dargestellte Aufrißebene in Richtung des Betrachters.

Das gewählte System ist identisch mit dem in der Baustatik üblicherweise zur Berechnung der auftretenden Kräfte und den daraus resultierenden Schnittgrößen verwendeten Koordinatensystem. In diesem System werden die Gleichgewichtsbedingungen zwischen den auf den Brückenkörper wirkenden Kräften und den entgegenwirkenden Auflagerkräften A und B betrachtet. Die in Abbildung III-4 gezeigte Tatsache, daß die Ellipsoidnormalen  $\vec{n}$  durch die Auflagerpunkte eines Feldes der Brücke um den Winkel  $\gamma$  divergieren, hat auf die Richtung der Auflagerkräfte einen zu vernachlässigenden Einfluß ( $\frac{1}{\cos \gamma} \approx 1$ ). Bei der praktischen Realisierung des Bauwerks entfällt der Einfluß gänzlich, da die Auflager als Rollen- oder Gleitlager gefertigt und die Stützen, die in einem gesonderten statischen System berechnet wurden, an der Lotrichtung orientiert werden.

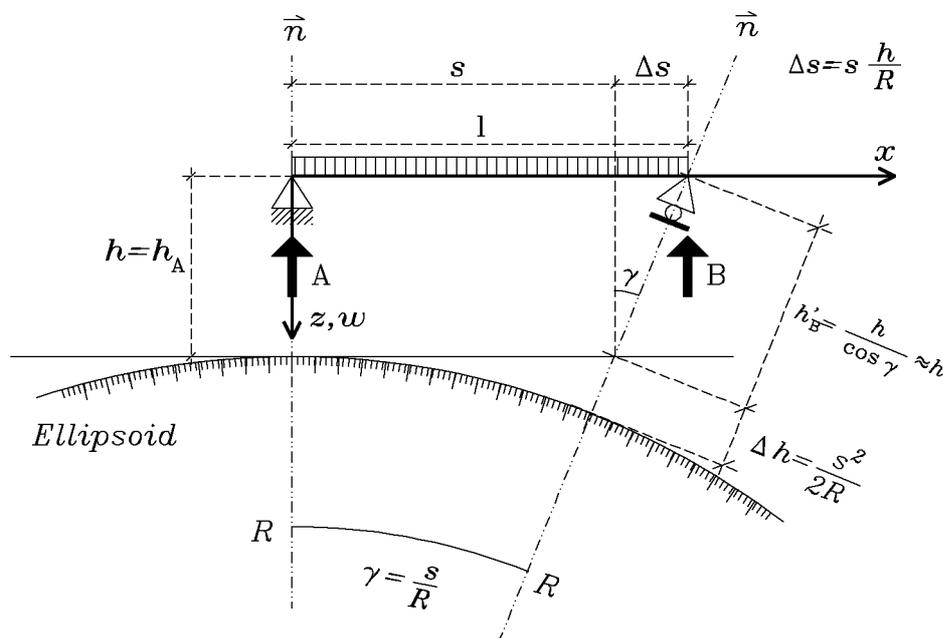


Abb. III-4: Auswirkungen der Divergenz der Ellipsoidnormalen im lokalen System

Nicht zu vernachlässigen sind die geometrischen Größen  $\Delta s$  und  $\Delta h$ , die den Unterschied zwischen lokalem kartesischen System und ellipsoidischen Bezugshorizont bezeichnen. In Abbildung III-4 ist das Ellipsoid näherungsweise als Kugel dargestellt. Herkömmlicherweise werden geodätische Messungen für weitere Berechnungen auf das Ellipsoid reduziert, das dann nach bestimmten Vorschriften (Gauß/Krüger) auf eine Ebene abgebildet wird. Dabei handelt es sich um eine verzerrte Abbildung und nicht um ein kartesisches Koordinatensystem. Für eine Brücke in einer ellipsoidischen Höhe von  $h = 100 \text{ m}$  mit einer Feldweite von  $l = 500 \text{ m}$  ergeben sich die Unterschiede zwischen ellipsoidischem und kartesischem Koordinatensystem zu  $\Delta s = 7,8 \text{ mm}$  und  $\Delta h = 19,6 \text{ mm}$ . Diese Werte

liegen weit über der angestrebten Meßgenauigkeit. Daher sind für die Auswertungen die Beobachtungsgrößen im kartesischen System bereitzustellen.

### III.3.2 Bereitstellung der abgeleiteten Beobachtungsgrößen

Als „originäre“ GPS-Beobachtungen liegen aus der kinematischen GPS-Auswertung für  $i$  auf dem Meßwagen installierte Empfänger geozentrische kartesische Koordinaten  $(X(\mathcal{T}), Y(\mathcal{T}), Z(\mathcal{T}))_i$  zu diskreten Zeitpunkten  $\mathcal{T}_k$  vor. Da Signalunterbrechungen durch Abschattungen o.ä. nicht auszuschließen sind, kann nicht von einer kontinuierlichen Registrierung mit fester Abtastrate ausgegangen werden. In Abhängigkeit des verwendeten Instrumentariums und der äußeren Umstände lassen sich die Daten mit handelsüblichen Empfängern in zeitlichen Abständen von  $\mathcal{T}_k - \mathcal{T}_{k-1} = 1 \dots 20 \text{ sec}$  registrieren. Ohne Signalverlust ist für handelsübliche Empfänger eine kontinuierliche Registrierung mit Datenraten von  $\Delta\mathcal{T} = 1 \dots 5 \text{ sec}$  realisierbar.

Die gemessenen geozentrischen kartesischen Koordinaten  $(X(\mathcal{T}), Y(\mathcal{T}), Z(\mathcal{T}))$  lassen sich in das unter III.3.1.1 definierte kartesische Koordinatensystem  $(x(\mathcal{T}), y(\mathcal{T}), z(\mathcal{T}))$  der Brücke transformieren. Die Transformation erfolgt entweder mittels einer 6-Parametertransformation (drei Rotationen und drei Translationen) über identische Punkte, wie z.B. die unbewegten Referenzstationen der kinematischen GPS-Messung, die dazu auch im lokalen System der Brücke

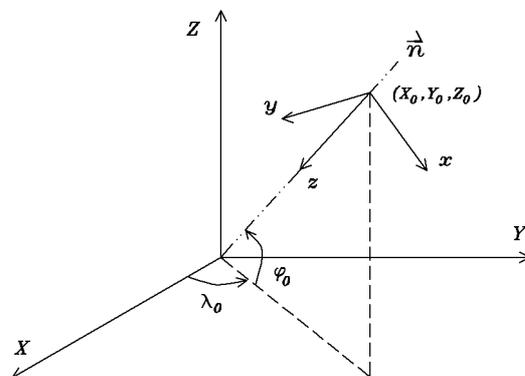


Abb. III-5: Lokales und geozentrisches System

vorliegen müssen, oder als Transformation von schwerpunktbezogen Koordinatendifferenzen mittels der bekannten ellipsoidischen  $(\varphi_0, \lambda_0)$  und geozentrischen Koordinaten  $(X_0, Y_0, Z_0)$  des Ursprungs des lokalen Systems:

$$\begin{pmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{pmatrix} = \underline{R} \cdot \begin{pmatrix} \Delta X_j \\ \Delta Y_j \\ \Delta Z_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ \sin \varphi_0 \cos \lambda_0 & \sin \varphi_0 \sin \lambda_0 & -\cos \varphi_0 \\ -\cos \varphi_0 \cos \lambda_0 & -\cos \varphi_0 \sin \lambda_0 & -\sin \varphi_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_j - X_0 \\ Y_j - Y_0 \\ Z_j - Z_0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.3.2-1})$$

Die Übertragung der vollbesetzten Varianz/Kovarianzmatrix in das lokale System erfolgt durch Anwendung des Kovarianzfortpflanzungsgesetzes.

Die Daten des Inertialmeßsystems, Beschleunigungen in Richtung bzw. normal zur Längsachse  $a_x(t)$  bzw.  $a_z(t)$  sowie inkrementale Neigungsänderungen  $d\varphi(t) = \omega_y(t) \cdot dt$ ,

liegen nach dem Preprocessing bereits im lokalen ebenen System mit einer festen Abtastrate von  $50\text{ Hz}$  ( $dt = 0,02\text{ sec}$ ) vor. Die Abtastrate  $dt$  ist so hoch, daß die Meßgrößen des Inertialsystem im Gegensatz zu den diskreten GPS-Punkten ( $dt \ll \Delta\mathcal{T}$ ) als differentielle Größen betrachtet werden, die kontinuierlich entlang der Biegelinie erfaßt wurden.

$$\tan(\varphi(t_0) + \sum d\varphi(t)) = z'(t), \quad a_x(t) = \ddot{x}(t), \quad a_z(t) = \ddot{z}(t) \quad (\text{III.3.2-2})$$

### III.3.3 Parametrisierung und Parametertransformation

Wie unter III.1.1 erläutert, lassen sich für ein und denselben Träger einer Kurve (hier die Biegelinie) unterschiedliche Arten der Parametrisierung finden. Da die unter III.3.2 bereitgestellten Beobachtungen zeitabhängig vorliegen, drängt sich eine Parametrisierung der Biegelinie in allgemeiner Form mittels des „laufenden“ Parameters  $t$  auf, der als „für einen Durchlauf des Trägers benötigte Zeit“ zu interpretieren ist.

$$x = x(t), \quad z = z(t) \quad (\text{III.3.3-1})$$

Abhängig von den auftretenden Beschleunigungen (gleichmäßig oder ungleichmäßig) und Geschwindigkeiten während einer Meßfahrt werden für  $i$  verschiedenen Durchläufe der Biegelinie jeweils unterschiedliche Durchlaufzeiten  $t_{ges}^i$  benötigt, was zwangsläufig zu unterschiedlichen Parameterdarstellungen  $x = x(t^i)$ ,  $z = z(t^i)$  führt. Die Funktionen  $\dot{x}(t^i)$  bzw.  $\ddot{x}(t^i)$  sowie  $\dot{z}(t^i)$  bzw.  $\ddot{z}(t^i)$  können beliebig komplexe Formen annehmen und sind damit nicht allgemein beherrschbar. Zur Vergleichbarkeit sind die unterschiedlichen Parametrisierungen mittels einer Parametertransformation nach III.1.1 in eine einheitliche Darstellung zu bringen. Sinnvollerweise geht man von den unterschiedlichen zeitabhängigen Darstellungen auf eine einheitliche geometrieabhängige Darstellung, die *kanonische Darstellung* mit der Bogenlänge  $s$  als Parameter, über. Für ebene Kurven erfolgt die Darstellung mittels kartesischer Koordinaten in expliziter Form:

$$x, \quad z = z(x), \quad \text{mit den Ableitungen } z' = \frac{dz(x)}{dx} \text{ und } z'' = \frac{d^2z(x)}{dx^2}. \quad (\text{III.3.3-2})$$

Nach [BRONSTEIN-SEMENDJAJEF 1985] gewinnt man den Übergang von der Parameterform zur expliziten Form  $[x(t), z(t)] \rightarrow [x, z(t(x))]$  für  $\dot{x}(t_0) \neq 0$  durch Auflösen der

Gleichung  $x = x(t)$  in einer kleinen Umgebung  $t_0$  nach  $t$  und Einsetzen von  $t = t(x)$  in  $z(t)$ . Daraus lassen sich folgende Zusammenhänge ableiten:

$$z' = \frac{\dot{z}(t)}{\dot{x}(t)}, \quad (\text{III.3.3-3a})$$

$$z'' = \frac{\dot{x}(t) \cdot \ddot{z}(t) - \dot{z}(t) \cdot \ddot{x}(t)}{\dot{x}(t)^3}. \quad (\text{III.3.3-3b})$$

Für den Fall daß  $\dot{x}(t_0) = 0$  und  $\dot{z}(t_0) \neq 0$  ist, kann die Auflösung analog für  $z = z(t)$  erfolgen. Jedoch ist unter der unter III.3.1 getroffenen Annahme, daß sich die Brücke für die Dauer einer Überfahrt in einem rein statischen Zustand befindet, bei  $\dot{x}(t_0) = 0$  auch  $\dot{z}(t_0) = 0$  und es liegt an  $t_0$  ein singulärer Punkt vor, der separat zu betrachten ist ( $\implies$  Abschnitt III.3.3.3).

Die Gleichungen (III.3.3-3a) und (III.3.3-3b) zeigen eine aus der Physik bekannte Tatsache. Die in der Kinematik verwendeten Größen Weg  $s$ , Geschwindigkeit  $v$  und Beschleunigung  $a$  legen sowohl das *Ort-Zeit-Gesetz*, das *Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz* als auch das *Beschleunigungs-Zeit-Gesetz* einer Bewegung fest. Im Umkehrschluß muß zur eindeutigen Beschreibung einer Bewegung eines dieser *Gesetze* für die jeweilige Bewegung bekannt sein. Dies gilt notwendigerweise auch für die Transformation von einer Darstellung mit dem Parameter „Zeit“ ( $t$ ) in eine Darstellung mit dem Parameter „Ort“ ( $s$ ). Besondere Bedeutung bei der Umparametrisierung kommt der Geschwindigkeit des Meßfahrzeugs während der Überfahrt über die Brücke zu.

Die einfachste Möglichkeit zur Beschreibung des *Geschwindigkeits-Zeit-Gesetzes* ist eine direkte Erfassung der Geschwindigkeit  $v_s(t)$  während der Verfahrung des Testwagens entlang der Bogenlänge  $s$  mittels eines zusätzlich am Fahrzeug montierten *Tachometers*. Die Daten  $v_s(t)$  müßten zeitsynchronisiert mit den Inertialdaten, d.h. mit einer Abtastrate von mindestens 50 *Hz* vorliegen. Jedoch wäre zur mechanischen Adaptierung eines Sensors, der eine Erfassung der Geschwindigkeit ohne Störeinflüsse ermöglicht (mechanischer Abgriff: Schlupf bei mangelnder Reibung / elektro-optischer Abgriff: Reflexionsstörungen), ein erhöhter Aufwand notwendig, der die Einsatzfähigkeit dieses Systems stark einschränkte. Das sonst universelle Meßsystem ließe sich so nicht mehr mit beliebigen „Fahrzeugen“ verfahren. Daher wurde für das Meßsystem und die Modellbildung auf eine *Tachometer-Stützung* verzichtet.

Alternativ zur direkten Messung kann der Parameterübergang von der Zeit  $t$  zum Ort  $s$  auch rein rechnerisch erfolgen. Dabei geht die unmittelbare rechnerische Bestimmung des *Ort-Zeit-Gesetzes* durch zweifache Integration der gemessenen Beschleunigungen stets einher mit der zweifachen Integration des Meßrauschens sowie der Drift- und Sensorfehler, was aus fehlertheoretischer Sicht als äußerst ungünstig zu bewerten ist. Sehr viel sinnvoller ist der Ansatz komplexerer Auswertemodelle, die neben der Ausgleichung der Meßgrößen unter den Bedingungen der Differentialgeometrie auch die Berücksichtigung der Rand- und Übergangsbedingungen für die DGL der Biegelinie nach III.2.1.2 erlauben.

### III.3.3.1 Umparametrisierung bei gleichförmiger Bewegung

Besonders anschaulich werden die Zusammenhänge zwischen den unterschiedlichen Parametrisierungen für den Sonderfall der gleichförmigen Bewegung  $\dot{x} = v_x = v_{0_x} = \text{const.}$ , d.h. es treten auf der Brücke keine Beschleunigungen in  $x$ -Richtung auf und die gesamte Biegelinie wird mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_x$  überfahren. Mit Hilfe der Transformation  $x = v_x \cdot t^*(x)$  läßt sich sofort die kanonische Darstellung der Biegelinie in expliziter Form sowie deren Ableitungen angeben:

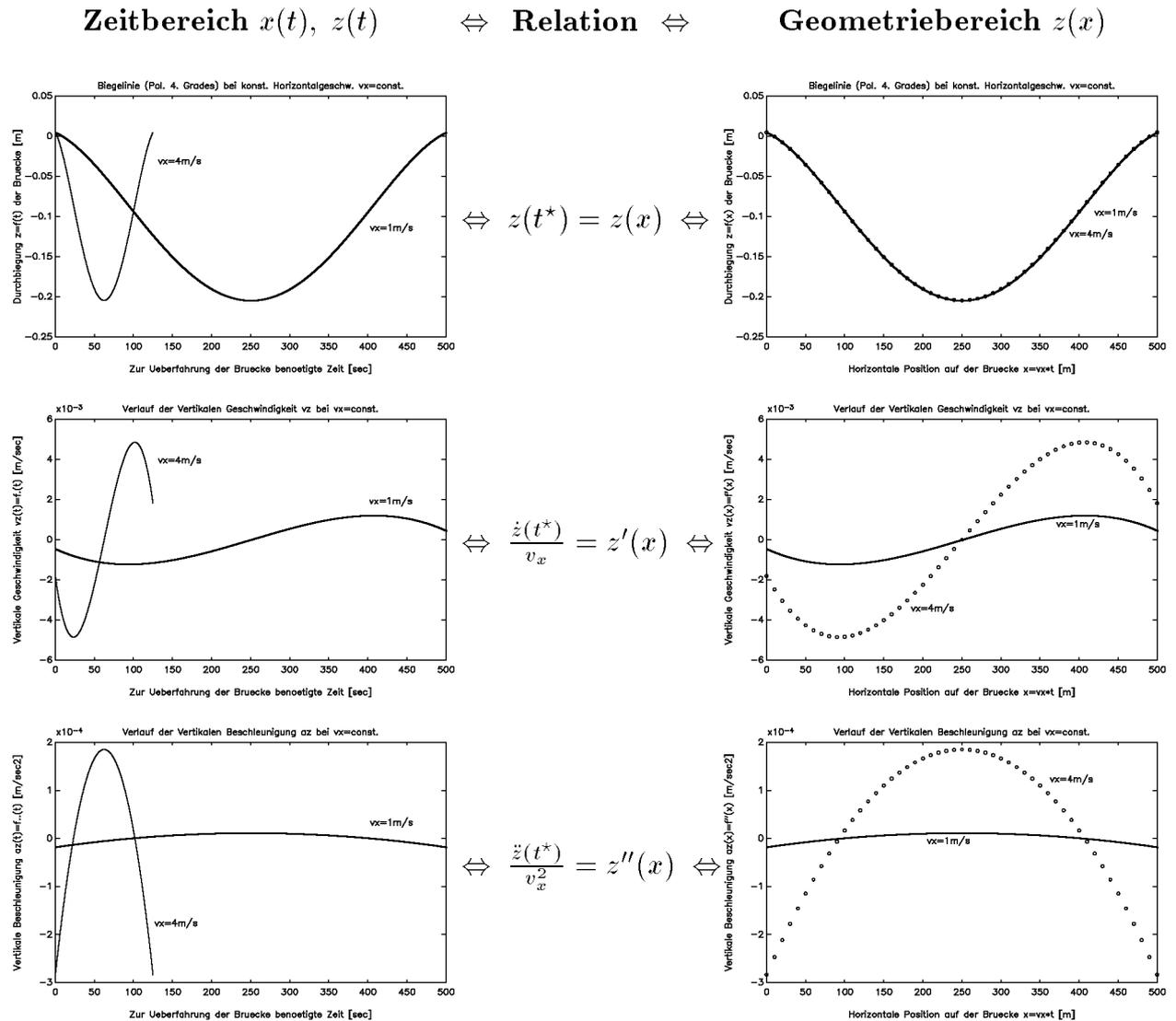
$v_x = \text{const.}$  :

$$z(x) = z(t^*), \quad z'(x) = \frac{\dot{z}(t^*)}{v_x}, \quad z''(x) = \frac{\ddot{z}(t^*)}{v_x^2}, \quad \dots \quad \frac{d^n z(x)}{dx^n} = \frac{1}{v_x^n} \cdot \frac{d^n z(t^*)}{dt^n} \quad (\text{III.3.3.1-1})$$

Im vorliegenden Fall wird die besondere Bedeutung des *Geschwindigkeits-Zeit-Gesetzes* sehr deutlich. Während eines Durchlaufs der Kurve wirkt sich die horizontale Geschwindigkeit  $v_x$  an der Stelle  $P = (x_p, z_p)$  wie ein Maßstabsfaktor exponentiell ( $v_x^k$ ) auf die  $k$ -te Ableitung an der Stelle  $P$  aus. Für  $v_x = 1 \text{ m/s}$  sind die Parameterdarstellung im Zeitbereich  $(x(t), z(t))$  und die explizite Darstellung im Geometriebereich  $(z(x))$  identisch (Sonderfall:  $s = t$ ). Abbildung III-6 zeigt die Relationen zwischen den Parametrisierungen der Biegelinie einer Brücke als ein Polynom vierten Grades. Dargestellt werden die simulierten Überfahrten mit den Geschwindigkeiten  $v = 1 \text{ m/s}$  und  $v = 4 \text{ m/s}$ .

### III.3.3.2 Umparametrisierung bei ungleichmäßig beschleunigter Bewegung

Als vektorielle Größe ist die Geschwindigkeit nach Betrag und Richtung bestimmt. In der Physik bedeutet jede zeitliche Änderung des Geschwindigkeitsvektors definitionsgemäß eine Beschleunigung [z.B. KUCHLING 1986]. Ändert sich nur der Betrag der Geschwindigkeit, so handelt es sich um eine geradlinige, ungleichmäßig beschleunigte Translation.



**Abb. III-6:** Relationen zwischen den Parametrisierungen einer Biegelinie bei gleichförmiger Bewegung auf gekrümmter Bahn (Simulation für ein Polynom vierten Grades bei den Geschwindigkeiten  $v=1$  m/s und  $v=4$  m/s).

Ändert sich nur die Richtung der Geschwindigkeit, so liegt eine gleichförmige Bewegung auf gekrümmter Bahn vor (III.3.3.1). Bei gleichzeitiger Änderung von Betrag und Richtung der Geschwindigkeit handelt es sich um eine ungleichmäßig beschleunigte Bewegung auf gekrümmter Bahn. Im letzten Fall treten gleichzeitig variable Tangential- und Radialbeschleunigungen auf. Die Tangentialbeschleunigung wirkt in Richtung der jeweiligen Bahntangente und ändert nur den Betrag der Bahngeschwindigkeit. Die Radialbeschleunigung steht definitionsgemäß senkrecht auf dem Vektor der momentanen Bahngeschwindigkeit und ändert nur deren Richtung. Übertragen auf die vorliegende Problemstellung bedeutet dies, daß eine Richtungsänderung der Tangente  $d\varphi$  während der Fahrt entlang

der Biegelinie stets mit einer Änderung der Beschleunigungen einher geht. Es liegt ein begleitendes Zweibein nach Tabelle III–3 vor, so daß sich analog zu (III.3.3.1–1) Relationen zwischen den Parametrisierungen im Zeit- und im Geometriebereich angeben lassen.

### Fall A: Relationen für reine INS-Messungen

Als Meßwerte des INS stehen nach (III.3.2–2) zu jedem Zeitpunkt  $t$  ein Beobachtungstripel bestehend aus der inkrementalen Winkeländerung  $d\varphi(t)$  und den aktuellen Beschleunigungen  $a_x(t)$  sowie  $a_z(t)$  zur Verfügung.

Im Zeitbereich findet man für die Beschleunigungen den zunächst formellen Übergang auf die Geschwindigkeiten  $v_x(t)$  und  $v_z(t)$  durch einfache numerische Integration unter den Randbedingungen  $v_x(0) = 0$  und  $v_z(0) = 0$ :

$$v_x(t) = v_x(0) + \int_0^t a_x(t) dt \approx \sum_{i=2}^t \left[ \frac{1}{2} \cdot (a_x(i-1) + a_x(i)) \cdot \Delta t \right] \quad (\text{III.3.3.2-1a})$$

$$v_z(t) = v_z(0) + \int_0^t a_z(t) dt \approx \sum_{i=2}^t \left[ \frac{1}{2} \cdot (a_z(i-1) + a_z(i)) \cdot \Delta t \right] \quad (\text{III.3.3.2-1b})$$

Eingesetzt in Gleichung (III.3.3-3a) ergibt sich für jeden beliebigen Zeitpunkt  $t$  die Relation zur ersten Ableitung des Ortes. Dabei läßt sich der Faktor  $\Delta t$  aus dem Summenquotienten herauskürzen, so daß die einzelne Gleichung zum Zeitpunkt  $t$  als „zeitfrei“ bezeichnet werden kann.

$$z'(t) = \frac{\sum_{i=2}^t [a_z(i-1) + a_z(i)]}{\sum_{i=2}^t [a_x(i-1) + a_x(i)]} \quad (\text{III.3.3.2-2})$$

Im Geometriebereich liegen für die erste Ableitung  $z'$  der Biegelinie nach dem Ort zum Zeitpunkt  $t$  direkte Meßwerte vor. Im  $l$ -ten Feld der Brücke läßt sich der Neigungswinkel gegen die Horizontale  $\varphi(t)$  zum Zeitpunkt  $t$  mit der Übergangsbedingung für Durchlaufträger (III.2.1.3-1) als Summe der gemessenen Winkelinkremente  $d\varphi(i)$  darstellen:

$$\varphi(t) = \left[ \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^t d\varphi(i) \right] \iff z'(t) = \tan \varphi(t) = \tan \left[ \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^t d\varphi(i) \right] \quad (\text{III.3.3.2-3})$$

Zusammenführen von (III.3.3.2-2) und (III.3.3.2-3) liefert eine „zeitfreie“ Bedingungsgleichung für jedes INS-Beobachtungstripel zur Ausgleichung im *bedingten* bzw. *allgemeinen Ausgleichungsmodell*:

$$\tan \left[ \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^t d\varphi(i) \right] = \frac{\sum_{i=2}^t [a_z(i-1) + a_z(i)]}{\sum_{i=2}^t [a_x(i-1) + a_x(i)]} \quad (\text{III.3.3.2-4})$$

**Fall B: Relationen für simultan gewonnene INS/GPS-Meßdaten**

Zum Zeitpunkt  $t = \mathcal{T}$  liegen neben dem Tripel der INS-Beobachtungen  $(a_x(\mathcal{T}), a_z(\mathcal{T}), d\varphi(\mathcal{T}))$  auch die kartesischen GPS-Koordinaten  $(x(\mathcal{T}), z(\mathcal{T}))$  nach III.3.2 vor. Für den Punkt der Brücke, der zum Zeitpunkt  $t = \mathcal{T}$  durchlaufen wird, lassen sich direkt die DGL der Biegelinie in der Form  $z = z(x) = z(x(t))$  mit  $z' = z'(x(t))$  und  $z'' = z''(x(t))$  aufstellen.

Die Form der Biegelinie wird in der Praxis häufig durch ein Polynom vierten bis sechsten Grades beschrieben (III.2.1.2). Das Modell läßt sich jedoch problemlos erweitern, so daß sich das Polynom und dessen Ableitungen (des Ortes) in der expliziten Form allgemein angeben lassen:

$$z = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot x^3 + b_4 \cdot x^4 + b_5 \cdot x^5 + b_6 \cdot x^6 + \dots \quad (\text{III.3.3.2-5a})$$

$$z' = b_1 + 2 \cdot b_2 \cdot x + 3 \cdot b_3 \cdot x^2 + 4 \cdot b_4 \cdot x^3 + 5 \cdot b_5 \cdot x^4 + 6 \cdot b_6 \cdot x^5 + \dots \quad (\text{III.3.3.2-5b})$$

$$z'' = 2 \cdot b_2 + 6 \cdot b_3 \cdot x + 12 \cdot b_4 \cdot x^2 + 20 \cdot b_5 \cdot x^3 + 30 \cdot b_6 \cdot x^4 + \dots \quad (\text{III.3.3.2-5c})$$

Die Gleichung (III.3.3.2-5a) ist direkt mit den mittels (III.3.2-1) bereitgestellten GPS-Koordinaten aufzustellen und entspricht einer Bedingungsgleichung im Sinne der Ausgleichsrechnung.

$$z(t) = b_0 + b_1 \cdot x(t) + b_2 \cdot x^2(t) + b_3 \cdot x^3(t) + b_4 \cdot x^4(t) + b_5 \cdot x^5(t) + b_6 \cdot x^6(t) \quad (\text{III.3.3.2-6})$$

Für die erste Ableitung ergibt sich aus (III.3.3.2-5b) zusammen mit der *zeitfreien Gleichung* (III.3.3.2-2) eine zweite Ausgleichsbedingung:

$$\frac{\sum_{i=2}^t [a_z(i-1) + a_z(i)]}{\sum_{i=2}^t [a_x(i-1) + a_x(i)]} = b_1 + 2 \cdot b_2 \cdot x(t) + 3 \cdot b_3 \cdot x^2(t) + 4 \cdot b_4 \cdot x^3(t) + 5 \cdot b_5 \cdot x^4(t) + 6 \cdot b_6 \cdot x^5(t) \quad (\text{III.3.3.2-7})$$

Auf der Ebene der Krümmungen  $\kappa = z''$  läßt sich der Zusammenhang zwischen Zeit- und Geometriebereich mittels (III.3.3-3b) darstellen. Durch Umstellen und Einsetzen von (III.3.3-3a) gelingt es, den nur richtungsändernden Term der Radialgeschwindigkeit  $\dot{z}$  zu eliminieren. Man erhält den funktionalen Zusammenhang zwischen den Meßgrößen des INS und der Krümmung der Biegelinie:

$$z''(t) = \frac{\ddot{z}(t) - \ddot{x}(t) \cdot \frac{\dot{z}(t)}{\dot{x}(t)}}{\dot{x}(t)^2} = \frac{\ddot{z}(t) - \ddot{x}(t) \cdot \tan \varphi(t)}{\dot{x}(t)^2} = \frac{a_z(t) - a_x(t) \cdot \tan \left[ \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^t d\varphi(i) \right]}{\left( \frac{1}{2} \Delta t \cdot \sum_{i=2}^t [a_x(i-1) + a_x(i)] \right)^2} \quad (\text{III.3.3.2-8})$$

Daraus ergibt sich zusammen mit Gleichung (III.3.3.2-5c) die dritte Bedingungsgleichung für simultane INS/GPS Beobachtungen auf einem Punkt der Biegelinie zu:

$$\frac{a_z(t) - a_x(t) \cdot \tan \left[ \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^t d\varphi(i) \right]}{\left( \frac{1}{2} \Delta t \cdot \sum_{i=2}^t [a_x(i-1) + a_x(i)] \right)^2} = 2 \cdot b_2 + 6 \cdot b_3 \cdot x(t) + 12 \cdot b_4 \cdot x^2(t) + 20 \cdot b_5 \cdot x^3(t) + 30 \cdot b_6 \cdot x^4(t) \quad (\text{III.3.3.2-9})$$

Theoretisch ließe sich die zweite Ausgleichungsbedingung (III.3.3.2-7) auch direkt für die gemessene Tangentenneigung  $z' = \tan \varphi$  aufstellen. Die Information über die Tangentenneigung wird jedoch in der dritten Bedingungsgleichung zur Eliminierung der radialen Geschwindigkeitsanteile genutzt, was im späteren Ausgleichungsprozeß zu linearen Abhängigkeiten führen würde. Daher ist zur Bildung von (III.3.3.2-7) die zeitfreie Gleichung zu verwenden.

### Fall C: Relationen zur Berücksichtigung zusätzlicher Randbedingungen

Zur Komplettierung des Ausgleichungsmodells können weitere Bedingungsgleichungen zur Berücksichtigung zusätzlicher Randbedingungen eingeführt werden.

Für die Summe der Winkelinkremente  $d\varphi$  läßt sich eine zusätzliche Bedingungsgleichung in der Form einer Übergangsbedingung für Durchlaufträger (III.2.1.3-1) zum nächsten Feld  $l+1$  der Brücke mit  $z' = \tan \beta_l = \tan \alpha_{l+1}$  aufstellen:

$$\alpha_{l+1} = \left[ \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^t d\varphi(i) \right] \quad (\text{III.3.3.2-10})$$

Die bisher formulierten Gleichungen gelten unter der Maßgabe, daß die Meßfahrt auf koordinatenmäßig nicht bekannten Punkten beginnt und endet. Aus fehlertheoretischer Sicht handelt es sich dabei um eine ungünstige Konstellation – ähnlich der eines einseitig angeschlossenen Polygonzugs. Bei einer Brückenüberwachung ist jedoch davon auszugehen, daß auf beiden Seiten der Brücke Punkte existieren, deren Koordinaten bekannt sind (z.B. auf den Widerlagern). Die Koordinatendifferenzen zwischen Start- und Endpunkt müssen den zweifach integrierten Beschleunigungswerten entsprechen

$$x_{\text{Ende}} - x_{\text{Start}} = \int_{\text{Start}}^{\text{Ende}} v_x(t) dt = \iint_{\text{Start}}^{\text{Ende}} a_x(t) dt dt \quad (\text{III.3.3.2-11a})$$

$$z_{\text{Ende}} - z_{\text{Start}} = \int_{\text{Start}}^{\text{Ende}} v_z(t) dt = \iint_{\text{Start}}^{\text{Ende}} a_z(t) dt dt \quad (\text{III.3.3.2-12a})$$

Für die praktischen Berechnungen sind die Integrationen zur Aufstellung der Bedingungsgleichungen numerisch durchzuführen. Unter der Annahme differentieller Größen kann

durch die hinreichend kleinen  $dt = \Delta t$  näherungsweise angesetzt werden:

$$x_{\text{Ende}} - x_{\text{Start}} = \sum_{j=\text{Start}}^{\text{Ende}} \left[ \sum_{i=2}^j \left[ \frac{1}{2} \cdot (a_x(i-1) + a_x(i)) \cdot \Delta t \right] \cdot \Delta t \right] \quad (\text{III.3.3.2-11b})$$

$$z_{\text{Ende}} - z_{\text{Start}} = \sum_{j=\text{Start}}^{\text{Ende}} \left[ \sum_{i=2}^j \left[ \frac{1}{2} \cdot (a_z(i-1) + a_z(i)) \cdot \Delta t \right] \cdot \Delta t \right] \quad (\text{III.3.3.2-12b})$$

Die Bedingungen (III.3.3.2-11b) und (III.3.3.2-12b) lassen sich auch zur Durchführung von *CUPTs* mittels kinematisch beobachteter GPS-Koordinaten einsetzen. Im Gegensatz zu den als „fehlerfrei“ eingeführten Koordinatendifferenzen zwischen den bekannten Start- und Endpunkten sind die kinematisch bestimmten GPS-Koordinaten jedoch als abgeleitete Beobachtungen unter Berücksichtigung ihrer Varianzen/Kovarianzen in dem Modell zu berücksichtigen.

### III.3.3.3 Umparametrisierung bei vorliegenden singulären Punkten

Im Falle der ungleichmäßig beschleunigten Bewegung liegt nach III.3.3 für den Sonderfall  $v_x(t_0) = \dot{x}(t_0) = 0$  ( $\implies \dot{z}(t_0) = 0$ ) ein singulärer Punkt vor. Für singuläre Punkte ist die in III.3.3 beschriebene Auflösung der Parameterform  $x = x(t)$ ,  $z = z(t)$  in einer kleinen Umgebung  $t_0$  und Umrechnung in die explizite Form  $z = z(x)$  bzw.  $x = x(z)$  nicht ohne weiteres möglich. Mit Hilfe einer Taylorentwicklung lassen sich in der Umgebung von  $t_0$  Gleichungen in der Form

$$x = x_0 + \frac{1}{2!} \cdot \ddot{x}(t_0) \cdot (t - t_0^2) + \frac{1}{3!} \cdot \ddot{\ddot{x}}(t_0) \cdot (t - t_0^3) + \dots \quad (\text{III.3.3.3-1a})$$

$$z = z_0 + \frac{1}{2!} \cdot \ddot{z}(t_0) \cdot (t - t_0^2) + \frac{1}{3!} \cdot \ddot{\ddot{z}}(t_0) \cdot (t - t_0^3) + \dots \quad (\text{III.3.3.3-1b})$$

finden, die das Verhalten der Kurve im Punkt  $(x_0 = x(t_0), z_0 = z(t_0))$  beschreiben. Für die Parameterdarstellung ergibt sich der Punkt  $(x_0, z_0)$  als *Rückkehrpunkt* (Knickstelle der Kurve) oder sogar als *Endpunkt* (Hin-  $t < t_0$  und Rückweg  $t > t_0$  sind identisch). *Doppelpunkte* oder *Selbstberührungen*, wie sie von Kurvendarstellung in impliziter Form  $F(x, y) = 0$  her bekannt sind, lassen sich nach [BRONSTEIN-SEMENDJAJEF 1985] in der Parameterform im allgemeinen nicht feststellen, da dem *Doppelpunkt* verschiedene Parameterwerte entsprechen. *Isolierte Punkte* oder sogar *Sprungstellen* sind vom Aufbau der Messung her auszuschließen.

Eine Kurve in Parameterform ist in ihren singulären Punkten zwar stetig, jedoch in der Regel nicht differenzierbar. Für die weiteren Betrachtungen bedeutet dies, daß bei Vorliegen

eines singulären Punktes die unter (III.3.3–3a) und (III.3.3–3b) gefundenen Zusammenhänge nicht zur Umparametrisierung genutzt werden können. In der Praxis wird ein singulärer Punkt gleichbedeutend mit einem *ZUPT* des INS sein (II.1.1.5). Daraus lassen sich bekanntermaßen zusätzliche Bedingungen formulieren. Es werden für singuläre Punkte folgende Änderungen zu Abschnitt III.3.3.2 eingeführt:

**Fall A<sub>0</sub>: Relationen für reine INS-Messungen in singulären Punkten**

In einem singulären Punkt lassen sich für die gemessenen Beschleunigungen und Winkelinkremente nach der Definition eines *ZUPTs* und unter den in Kapitel III.3.1 getroffenen Annahmen sofort folgende Bedingungsgleichungen angeben:

$$a_x(t) = 0 \tag{III.3.3.3–2a}$$

$$a_z(t) = 0 \tag{III.3.3.3–2b}$$

$$d\varphi(t) = 0 \tag{III.3.3.3–2c}$$

Diese Bedingungen sind allgemein für die die Beobachtungen des aktuellen INS-Tripels zur Meßepoche  $t$  gültig. Für den Sonderfall, daß die Meßfahrt mit der Geschwindigkeit  $\dot{x}(0) = v_x(0) = 0 \text{ m/s}$  beginnt und die Beschleunigungen kontinuierlich im differentiellen Abstand  $dt$  vorliegen, können die Gleichungen für die Beschleunigungen (III.3.3.3–2a) und (III.3.3.3–2b) ersetzt werden durch Geschwindigkeitsbedingungen in der Form  $\dot{x} = v_x(t) = 0$  und  $\dot{z} = v_z(t) = 0$ . Diese lassen sich für die differentiellen Größen näherungsweise schreiben als:

$$\sum_{i=0}^t a_x(i) \cdot dt = 0 \tag{III.3.3.3–3a}$$

$$\sum_{i=0}^t a_z(i) \cdot dt = 0 \tag{III.3.3.3–3b}$$

Die Gleichungen (III.3.3.3–3a) und (III.3.3.3–3b) haben den Vorteil, daß sie sich als Summenbedingungen auf alle Beschleunigungen im Intervall  $[0, t]$  auswirken und nicht nur auf das aktuelle Beobachtungstripel. Auf dem Endpunkt der Fahrt ( $t = t_{Ende}$ ) umfassen diese Summenbedingungen die beobachteten Beschleunigungen der gesamten Fahrt.

Für die Winkelinkremente  $d\varphi$  auf dem Abschlußpunkt der Fahrt liegt bereits eine analoge Summenbedingung mit der Übergangsbedingung für Durchlaufträger (III.3.3.2–10) vor. Bei einem beliebigen Halt auf der Brücke ließe sich diese Gleichung auch mit Stützinformationen zusätzlich beobachteter Neigungsmessungen aufstellen. Da diese jedoch generell nicht getätigt werden, ist für die Winkelinkremente bei einem Zwischenhalt die Gleichung (III.3.3.3–2c) zu verwenden.

Für reine INS-Messungen erhöht sich die Anzahl der Bedingungen demnach von einer Gleichung für den Fall  $\dot{x} \neq 0$  auf drei Gleichungen für den Fall eines singulären Punktes.

**Fall B<sub>0</sub>: Relationen für simultan gewonnene INS/GPS-Meßdaten in singulären Punkten**

Mit den GPS-Koordinaten im lokalen System läßt sich die Bedingungsgleichung (III.3.3.2-6) auch in singulären Punkten aufstellen. Die zweite und dritte Bedingung (III.3.3.2-7 und III.3.3.2-9) sind in diesen Punkten jeweils nicht definiert. Eine Umformulierung der zweiten Bedingungsgleichung III.3.3.2-7 mit der Tangentenneigung  $z' = \tan \varphi$  in der Form (III.3.3.2-3) ist gleichbedeutend mit der Bedingung für die Winkelinkremente der INS-Beobachtungen (III.3.3.3-2c), welche sich jedoch einfacher formulieren läßt. Analog dazu gelten die Bedingungen für die Beschleunigungswerte. Insgesamt lassen sich für simultane INS/GPS-Messungen in singulären Punkten allgemeingültig folgende vier bereits bekannte Bedingungen zusammenstellen:

$$a_x(t) = 0 \tag{III.3.3.3-2a}$$

$$a_z(t) = 0 \tag{III.3.3.3-2b}$$

$$d\varphi(t) = 0 \tag{III.3.3.3-2c}$$

$$z(t) = b_0 + b_1 \cdot x(t) + b_2 \cdot x^2(t) + b_3 \cdot x^3(t) + b_4 \cdot x^4(t) + b_5 \cdot x^5(t) + b_6 \cdot x^6(t) + \dots \tag{III.3.3.2-6}$$

Für die bereits diskutierten Sonderfälle, daß die Meßfahrt mit der Geschwindigkeit  $\dot{x}(0) = v_x(0) = 0 \text{ m/s}$  beginnt bzw. daß eine Übergangsbedingungen für die Trassenneigung vorliegt, sind stattdessen die folgenden vier Bedingungen als Näherungen für die differentiellen Größen zu verwenden:

$$dt \cdot \sum_{i=0}^t a_x(i) = 0 \tag{III.3.3.3-3a}$$

$$dt \cdot \sum_{i=0}^t a_z(i) = 0 \tag{III.3.3.3-3b}$$

$$\sum_{i=1}^t d\varphi(i) = \alpha_{l+1} - \beta_{l-1} \tag{III.3.3.2-10}$$

$$z(t) = b_0 + b_1 \cdot x(t) + b_2 \cdot x^2(t) + b_3 \cdot x^3(t) + b_4 \cdot x^4(t) + b_5 \cdot x^5(t) + b_6 \cdot x^6(t) + \dots \tag{III.3.3.2-6}$$

### Fall C<sub>0</sub>: Relationen zur Berücksichtigung zusätzlicher Randbedingungen in singulären Punkten

Die im Abschnitt III.3.3.2 bereitgestellten Bedingungsgleichungen zur Berücksichtigung zusätzlicher Randbedingungen sind auch in singulären Punkten gültig. Es ist jedoch darauf zu achten, daß keine redundanten Bedingungsgleichungen aufgestellt werden, da dies zu Singularitäten im Ausgleichungsmodell führt. Wird beispielsweise auf dem Endpunkt gehalten, so ist die Bedingung simultaner INS/GPS-Beobachtungen mit (III.3.3.3–2c) aufzustellen, damit die Gleichung (III.3.3.2–10) zur Berücksichtigung zusätzlicher Randbedingungen genutzt werden kann.

### III.3.4 Parameterschätzung im allgemeinen Ausgleichungsmodell

Das mathematische Modell des *Allgemeinfalls der Ausgleichungsrechnung*, das auch als GAUSS-HELMERT-Modell bezeichnet wird, basiert im Gegensatz zum GAUSS-MARKOV-Modell (I.2.1–2) nicht auf einer expliziten Variablentrennung der Beobachtungen und der Unbekannten. Das funktionale Modell  $\Phi(\tilde{\mathbf{L}}, \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{0}$  wird gebildet aus meist nicht linearen Funktionen wahrer Werte der Unbekannten  $\tilde{\mathbf{X}}$  und der Beobachtungen  $\tilde{\mathbf{L}}$ . Da die wahren Größen nicht bekannt sind, wird die Ausgleichungsbedingung  $\Phi(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) = \mathbf{0}$  für die ausgeglichenen Unbekannten  $\hat{\mathbf{X}}$  und die ausgeglichenen Beobachtungen  $\hat{\mathbf{L}}$  aufgestellt.

#### III.3.4.1 Funktionales Modell

Das INS liefert während der Fahrt entlang der Biegelinie mit einer Abtastfrequenz von 50 Hz kontinuierlich das Beobachtungstripel  $(a_x(t), a_z(t), d\varphi(t))$ . Für eine einzelne Fahrt über die Brücke ohne ZUPT liegen exakt  $k = [(t_{Ende} - t_{Start}) * 50 \text{ Hz}]$  Epochen mit insgesamt  $n_I = 3 \cdot k$  Beobachtungswerten vor, die in dem Subvektor  $\mathbf{L}_I$  zusammengefaßt werden. Für dieselbe Überfahrt fallen bei einer maximalen Abtastrate von 1 Hz vom GPS höchstens  $k_{G_{max}} = [t_{Ende} - t_{Start}]$  Epochen mit jeweils einem Koordinatenpaar  $(x(t), z(t))$  an, die als  $n_G = 2 \cdot k_G$  abgeleitete Beobachtungen den Subvektor  $\mathbf{L}_G$  bilden. Die beiden Subvektoren  $\mathbf{L}_I$  und  $\mathbf{L}_G$  ergeben den Beobachtungsvektor  $\mathbf{L}$ .

$$\mathbf{L}_{n,1} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_I \\ \hline \mathbf{L}_G \\ n_{G,1} \end{bmatrix} \quad (\text{III.3.4.1-1})$$

$$\text{mit : } \mathbf{L}_{I_{n_I,1}} = \begin{bmatrix} L_{I_1} \\ L_{I_2} \\ L_{I_3} \\ \vdots \\ L_{I_{(n_I-2)}} \\ L_{I_{(n_I-1)}} \\ L_{I_{(n_I)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x(1) \\ a_z(1) \\ d\varphi(1) \\ \vdots \\ a_x(k) \\ a_z(k) \\ d\varphi(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_{G_{n_G,1}} = \begin{bmatrix} L_{G_1} \\ L_{G_2} \\ \vdots \\ L_{G_{(n_I-1)}} \\ L_{G_{(n_I)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(1) \\ z(1) \\ \vdots \\ x(k_G) \\ z(k_G) \end{bmatrix}$$

Als Unbekannte werden in das Modell zunächst die Koeffizienten für das Polynom der Biegelinie (III.3.3.2-5a) eingeführt. Der Unbekanntenvektor ergibt sich zu:

$$\mathbf{X}_{u,1} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_6 \end{bmatrix} \quad (\text{III.3.4.1-2})$$

Zur späteren Linearisierung werden Näherungswerte für die unbekanntes Polynomkoeffizienten zur Aufstellung des Vektors der genäherten Parameter  $\mathbf{X}_0$  benötigt. Im vorliegenden Anwendungsfall der Brückenüberwachung können diese Näherungswerte beispielsweise früheren Meßkampagnen oder statischen Berechnungen entstammen. Da für das Polynom der zu bestimmenden Biegelinie jedoch zahlenmäßig nur sehr kleine Koeffizienten zu erwarten sind ( $b_i \rightarrow 0$ ), ist für die Linearisierung ein Ansatz mit  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{0}$  vollkommen ausreichend.

Das nichtlineare funktionale Modell  $\Phi(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0) = \mathbf{w}$  ist für  $\dot{x} \neq 0$  (es liegt kein singulärer Punkt vor) mit den unter III.3.3.2 bereitgestellten Bedingungsgleichungen aufzustellen. Dabei ist auch hier eine Fallunterscheidung vonnöten.

**Fall A: Epoche reiner INS-Messungen:** Es liegt nur das Beobachtungstripel des INS vor, so daß eine Bedingung in der Form  $\Phi_A(a_x, a_z, d\varphi)$  gebildet wird.  
 $\implies$  Gleichung (III.3.3.2-4)

**Fall B: Epoche simultaner INS/GPS-Messungen:** Mit zwei zusätzlichen GPS-Koordinaten werden statt einer, wie unter a), nun drei Bedingungen erforderlich.  
 $\Phi_{B1}(x, z, b_0 - b_6) \implies$  Gleichung (III.3.3.2-6)  
 $\Phi_{B2}(x, a_x, a_z, b_1 - b_6) \implies$  Gleichung (III.3.3.2-7)  
 $\Phi_{B3}(x, a_x, a_z, d\varphi, b_2 - b_6) \implies$  Gleichung (III.3.3.2-9)

**Fall C: Zusätzliche Randbedingungen:** Einführung weiterer Informationen ergeben unabhängig von a) und b) zusätzliche Bedingungsgleichungen, wie z.B. geometrische Übergangsbedingungen  $\Phi_C(d\varphi, \beta_{l-1}, \alpha_{l+1}) \implies$  Gleichung (III.3.3.2-10)

Zu jeder der  $k_G$  GPS-Epochen liegt ebenfalls eine INS-Epoche vor, so daß sich  $r_B = 3 \cdot k_G$  Bedingungsgleichungen vom Typ B aufstellen lassen. Die Bedingungsgleichung vom Typ A läßt sich theoretisch für jedes Beobachtungstripel der  $k$  INS-Epochen aufstellen. Jedoch ist ein Teil der Informationen bereits in die Gleichungen vom Typ B eingeflossen, so daß sich die Anzahl der Bedingungsgleichungen vom Typ A auf  $r_A = k - k_G$  reduziert. Die Gesamtzahl der Bedingungsgleichungen beträgt:

$$r = r_A + r_B + r_C = k + 2 \cdot k_G + r_C \quad (\text{III.3.4.1-3})$$

Das nichtlineare funktionale Modell wird in einem TAYLOR-Ansatz linearisiert. Mit den bereitgestellten Näherungswerten für die Unbekannten  $\mathbf{X}_0$  lassen sich der Widerspruchsvektor  $\mathbf{w} = \Phi(\mathbf{L}, \mathbf{X}_0)$  und der zu schätzende gekürzte Unbekanntenvektor  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_0$  bilden. Die Modellmatrizen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  enthalten die partiellen Ableitungen an den Stellen  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{X}_0$ .

$$\Phi_{r,1}(\hat{\mathbf{L}}_{n,1}, \hat{\mathbf{X}}_{u,1}) = \underbrace{\Phi(\hat{\mathbf{L}}, \mathbf{X}_0)}_{\mathbf{w}_{r,1}} + \underbrace{\left(\frac{\partial \Phi(\mathbf{L}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{L}}\right)_0}_{\mathbf{B}_{r,n}} \cdot \underbrace{(\hat{\mathbf{L}} - \mathbf{L})}_{\mathbf{v}_{n,1}} + \underbrace{\left(\frac{\partial \Phi(\mathbf{L}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}}\right)_0}_{\mathbf{A}_{r,u}} \cdot \underbrace{(\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}_0)}_{\hat{\mathbf{x}}_{u,1}} = \mathbf{0} \quad (\text{III.3.4.1-4})$$

Die Modell- oder auch Designmatrix  $\mathbf{A}$  enthält die partiellen Differentiale der Bedingungsgleichungen nach den Unbekannten und läßt sich für dieses Modell problemlos direkt angeben:

$$\mathbf{A}_{r,u} = \left[ \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 & x^5 & x^6 \\ 0 & 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 & 5x^4 & 6x^5 \\ 0 & 0 & 2 & 6x & 12x^2 & 20x^3 & 30x^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 & x^5 & x^6 \\ 0 & 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 & 5x^4 & 6x^5 \\ 0 & 0 & 2 & 6x & 12x^2 & 20x^3 & 30x^4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \right\} r_A (= k - k_G) \text{ Gleichungen des Typs A} \\ \left. \right\} r_B (= 3 \cdot k_G) \text{ Gleichungen des Typs B} \\ \left. \right\} r_C \text{ Gleichungen des Typs C} \end{array} \quad (\text{III.3.4.1-5})$$

Die partiellen Ableitungen der Bedingungsgleichungen differenziert nach den Beobachtungen werden in der Matrix  $\mathbf{B}$  zusammengefaßt. Aufgrund der in den Bedingungsgleichungen enthaltenen Summendarstellungen führt die formelle Bereitstellung der Differentialquotienten zunächst zu komplexen und damit wenig übersichtlichen Termen. Auch eine



**Fall b<sub>0</sub>) Epoche simultaner INS/GPS-Messungen im singulären Punkt:** Es werden vier Bedingungen erforderlich:

$$\Phi_{\mathbf{B01}}(a_x) \quad \implies \text{z.B. Gleichung (III.3.3.3-2a)}$$

$$\Phi_{\mathbf{B02}}(a_z) \quad \implies \text{z.B. Gleichung (III.3.3.3-2b)}$$

$$\Phi_{\mathbf{B03}}(d\varphi) \quad \implies \text{z.B. Gleichung (III.3.3.3-2c)}$$

$$\Phi_{\mathbf{B04}}(x, z, b_0 - b_6) \implies \text{Gleichung (III.3.3.3-7)}$$

In der Designmatrix **A** (III.3.4.1-5) müssen für die gemessenen  $k_0$  reinen INS-Epochen und die  $k_{0G}$  Epochen simultaner INS- und GPS-Beobachtungen folgende Zeilen zusätzlich eingefügt werden:

$$\mathbf{A} = \left( \begin{array}{cccccc|cccc} \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \hline \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 & x^5 & x^6 & & & & & \\ \vdots & \vdots \\ \hline \vdots & \vdots \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} \vphantom{\mathbf{A}} \\ \vphantom{\mathbf{A}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} r_{\mathbf{A}_0} (= 3 \cdot (k_0 - k_{0G})) \text{ Gleichungen des Typs } \mathbf{A}_0 \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ r_{\mathbf{B}_0} (= 4 \cdot k_{0G}) \text{ Gleichungen des Typs } \mathbf{B}_0 \end{array}$$

(III.3.4.1-7)

Analog dazu ist ebenfalls die Darstellung der Matrix **B** (III.3.4.1-6) mit den entsprechenden Zusatzzeilen zu komplettieren:

$$\mathbf{B} = \left( \begin{array}{cccc|cccc|cccc} \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \otimes & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \otimes & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \otimes & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \otimes & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \otimes & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \otimes & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \otimes & \otimes & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} \vphantom{\mathbf{B}} \\ \vphantom{\mathbf{B}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} r_{\mathbf{A}_0} \text{ (Typ } \mathbf{A}_0) \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ r_{\mathbf{B}_0} \text{ (Typ } \mathbf{B}_0) \\ \\ \\ \end{array}$$

(III.3.4.1-8)

Die Anzahl der Bedingungsgleichungen erhöht sich insgesamt um  $r_0 = 3 \cdot k_0 + k_{0G}$ . Eine besondere Bedeutung bekommt dieser Sonderfall im Zusammenhang mit der Modellerweiterung um zusätzliche Parameter (Sensordrift o.ä.), die in Abschnitt III.3.4.5 näher betrachtet wird.

### III.3.4.2 Stochastisches Modell

**Definition:** Die Differenz zwischen denen im Vektor  $\mathbf{L}^T = [L_1 \ L_2 \ L_3 \ \dots \ L_n]$  zusammengefaßten Beobachtungen und ihren wahren Werten  $\tilde{\mathbf{L}}$  wird als *Abweichungsvektor*  $\boldsymbol{\varepsilon}_L = \mathbf{L} - \tilde{\mathbf{L}}$  bezeichnet, dessen stochastische Eigenschaften sich in der *Kovarianzmatrix*  $\boldsymbol{\Sigma}_{LL}$  mit den Standardabweichungen der Beobachtungen  $\sigma_i$  und deren Korrelationen  $\rho_{ij}$  darstellen lassen. Durch Kürzung der Kovarianzmatrix  $\boldsymbol{\Sigma}_{LL}$  mit der *theoretischen Varianz der Gewichtseinheit à priori*  $\sigma_0^2$  gewinnt man die *Kofaktormatrix*  $\mathbf{Q}_{LL}$ , mit der durch Inversion die Gewichtung der Beobachtungen im Ausgleichungsprozeß vorgenommen wird.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_{LL} = E(\boldsymbol{\varepsilon}_L \boldsymbol{\varepsilon}_L^T) &= \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \dots & \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ \rho_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \dots & \rho_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1}\sigma_n\sigma_1 & \rho_{n2}\sigma_n\sigma_2 & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \\ &= \sigma_0^2 \cdot \mathbf{Q}_{LL} = \sigma_0^2 \cdot \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.3.4.2-1})$$

Abweichend von obiger Definition für einen Vektor direkter Beobachtungen liegen dem Ausgleichungsproblem nach III.3.2 abgeleitete Beobachtungsgrößen in den beiden Subvektoren  $\mathbf{L}_I$  und  $\mathbf{L}_G$  zugrunde. Ihre stochastischen Informationen  $\boldsymbol{\Sigma}_{LL_I}$  und  $\boldsymbol{\Sigma}_{LL_G}$  sind nach dem Kovarianzfortpflanzungsgesetz zu bestimmen.

Die Kovarianzmatrix der GPS-Koordinaten  $\boldsymbol{\Sigma}_{LL_G}$  ist eine vollbesetzte quadratisch-symmetrische Matrix und geht aus der kinematischen GPS-Auswertung bzw. der Kovarianzfortpflanzung mit der Transformation (III.3.2-1) hervor.

Als Genauigkeitsangaben zum Beobachtungsvektor des INS  $\mathbf{L}_I$  werden von den Herstellern handelsüblicher Inertialmeßsysteme in der Regel nur theoretisch abgeschätzte Standardabweichungen  $\sigma_{L_I}$  für die Einzelsensoren geliefert. Es liegen zunächst keine Kenntnisse über Korrelationen vor, sodaß die Kovarianzmatrix  $\boldsymbol{\Sigma}_{LL_I}$  einzig als Diagonalmatrix aufzustellen

wäre. Da die „originären“ INS-Beobachtungen jedoch im Regelfall schon einer Vorverarbeitung mittels geräteinterner Software unterzogen wurden, über die die Hersteller keine Angaben machen, ist von mathematischen Korrelationen auszugehen. Des weiteren ist mit physikalischen Korrelationen z.B. durch Restfehler bei dem Anbringen von Kalibrier- und Driftkorrekturen oder bei der Nordausrichtung des Systems zu rechnen. Insbesondere die Driftkorrekturen werden zu gleichgerichteten Korrelationen für direkt aufeinander folgende Meßwerte führen. Der Einfluß für Meßwerte mit zeitlich größerem Abstand wird geringer sein. Zur theoretischen Abschätzung dieser vom zeitlichen Abstand der Messungen abhängigen Korrelationen kann eine Korrelationsfunktion  $\rho(t)$  herangezogen werden.

Als Korrelationsfunktion sind nur solche Funktionen  $\rho(t) = \rho(t_j - t_i)$  geeignet, die zu einer positiv semidefiniten Kovarianzmatrix  $\Sigma_{LL}$  führen und damit eine realistische Genauigkeits- und Abhängigkeitssituation wiedergeben. Nach [BÄHR et al. 1975] handelt es sich bei  $\rho(t)$  um eine positiv definite *charakteristische Funktion*, mit der sich unter  $\alpha = const. > 0$  die Abnahme der Funktionswerte von 1 bis 0 beispielsweise darstellen läßt als:

– lineare Abnahme :  $\rho_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } |t_j - t_i| \geq \alpha > 0 \\ \frac{\alpha - |t_j - t_i|}{\alpha} & \text{für } |t_j - t_i| \leq \alpha \end{cases}$  (III.3.4.2-2a)

– quadratische Abnahme :  $\rho_2(t) = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + (t_j - t_i)^2}$  (III.3.4.2-2b)

– exponentielle Abnahme :  $\rho_3(t) = e^{-\alpha|t_j - t_i|}$  (III.3.4.2-2c)

– gedämpfte Schwingung :  $\rho_4(t) = \frac{\sin(\alpha(t_j - t_i))}{\alpha(t_j - t_i)}$  (III.3.4.2-2d)

Weitere Formen für Korrelationsfunktionen sind denkbar. Zur Auswahl einer geeigneten Korrelationsfunktion sind umfassende Kenntnisse über den Aufbau des verwendeten INS (II.1.1) sowie über das Fehlerbudget der einzelnen Sensoren nach II.1.1.3 erforderlich.

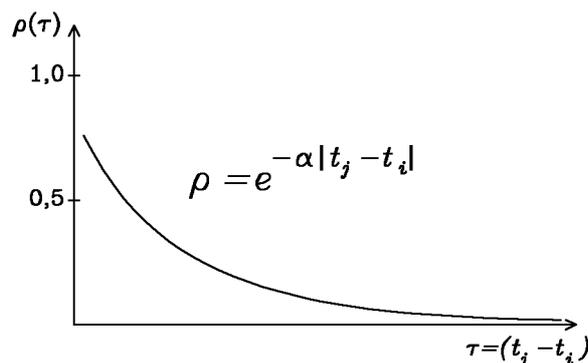


Abb. III-7: Korrelationsfunktion mit exponentieller Abnahme

Für die praktischen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit (Kapitel IV) wurde zur Abschätzung der theoretischen Kovarianzmatrix der INS-Beobachtungen  $\Sigma_{LLI}$  eine Exponentialfunktion in der Form  $\rho(t) = e^{-\alpha|t_j - t_i|}$  verwendet (Abb. III-7).

Der Einfluß physikalischer Korrelationen zwischen den INS- und den GPS-Beobachtungen, die nur als systematische Restfehler in der Zeitsynchronisation oder in der Zentrierung zu befürchten wären, wird durch die Wahl eines geeigneten Messungsaufbaus und durch sorgfältige Kalibrierung vernachlässigbar. Mathematische Korrelationen treten à priori nicht auf. Daher sind die beiden Submatrizen  $\Sigma_{LL_I}$  und  $\Sigma_{LL_G}$  untereinander als nicht korreliert zu betrachten. Für das stochastische Modell ist anzusetzen:

$$\Sigma_{LL} = \left[ \begin{array}{c|c} \Sigma_{LL_I} & 0 \\ \hline 0 & \Sigma_{LL_G} \\ \hline n_I, n_I & n_G, n_G \end{array} \right] \quad (\text{III.3.4.2-3})$$

### III.3.4.3 Normalgleichungen und Auflösung

Die Ausgleichungsforderung  $\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{Q}_{LL}^{-1} \cdot \mathbf{v} \rightarrow \min$  läßt sich als LAGRANGEsche Extremwertaufgabe mit einer Nebenbedingung lösen, was zu folgenden Normalgleichungen führt:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}_{LL} \cdot \mathbf{B}^T & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{k} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{mit } \mathbf{k} = \text{Korrelatenvektor} \quad (\text{III.3.4.3-1})$$

Die Auflösung der Normalgleichungen liefert die ausgeglichenen Werte der Unbekannten  $\hat{\mathbf{X}}$  und der Beobachtungen  $\hat{\mathbf{L}}$ . Für die Genauigkeiten sowie Korrelationen der ausgeglichenen Größen ergeben sich nach dem Kovarianzfortpflanzungsgesetz die Matrizen  $\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}}$  und  $\Sigma_{\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{L}}}$  mit der empirischen Varianz der Gewichtseinheit à posteriori  $s_0^2$ . Die ausführliche Darstellung der Formeln findet sich z.B. in [PELZER 1985].

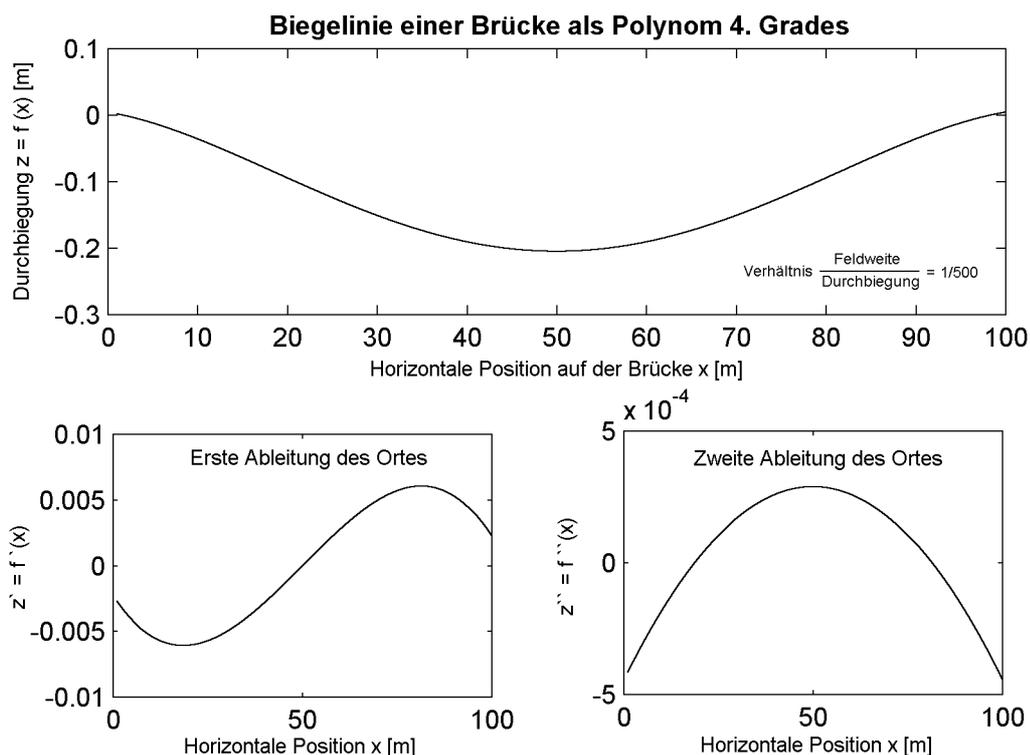
### III.3.4.4 Simulation mittels reiner INS-Daten

#### *Bereitstellung eines Brückenmodells*

Für die Simulationsberechnungen wird als Modell eine beliebige Brücke mit einer Feldweite von 100 m angenommen, die durch ihre reine Eigenlast (symmetrische Belastung) in der Feldmitte eine maximale Auslenkung aus der idealen Stabachse von 20 cm erfährt, was einem Stützweitenverhältnis  $\frac{\text{Stützweite}}{\text{Durchbiegung}} = 1 : 500$  gleichkommt. Feldweite und Durchbiegung der Simulation entsprechen den Richtlinien für die Hochgeschwindigkeitstrassen der Deutschen Bundesbahn.

Nach [STIER 1992] werden an die Brückenbauwerke für den Hochgeschwindigkeitsverkehr besondere Anforderungen gestellt. Zur Wahrung des Fahrkomforts wird auf den Schnellfahrstrecken der Deutschen Bahn für Spannbetonbrücken in der Regel eine Feldweite von 44 oder 58 m – in Ausnahmefällen größer – gewählt. (Die weitestgespannte Spannbetonhohlkastenbrücke in zweigleisiger Ausführung ist die Mainbrücke bei Gmünden (M) mit 135 m Stützweite). Die Durchbiegungsbegrenzung für zweifeldrige Brücken liegt für den Geschwindigkeitsbereich von 160 km/h ... 200 km/h zwischen 1 : 500 und 1 : 800 und für Geschwindigkeiten über 200 km/h zwischen 1 : 800 und 1 : 1000. Diese Stützweitenverhältnisse sind Grenzmaße zur Wahrung des Fahrkomforts. Der Grenzzustand der Betriebssicherheit, der sich nach [POPP 1962] als „das Schweben des Rades um max. 2 cm“ definiert, wird mit einer Geschwindigkeit von 200 km/h (280 km/h) erst bei einem Stützweitenverhältnis von 1 : 170 (1 : 200) erreicht.

Im Sinne der Statik handelt es sich um einen Einfeldträger, dessen Biegelinie mittels eines Polynoms vierten Grades modelliert werden kann. Die Form der Biegelinie als Funktion des Ortes  $f(x)$  sowie deren Ableitungen nach dem Ort sind in Abb. III-8 dargestellt.

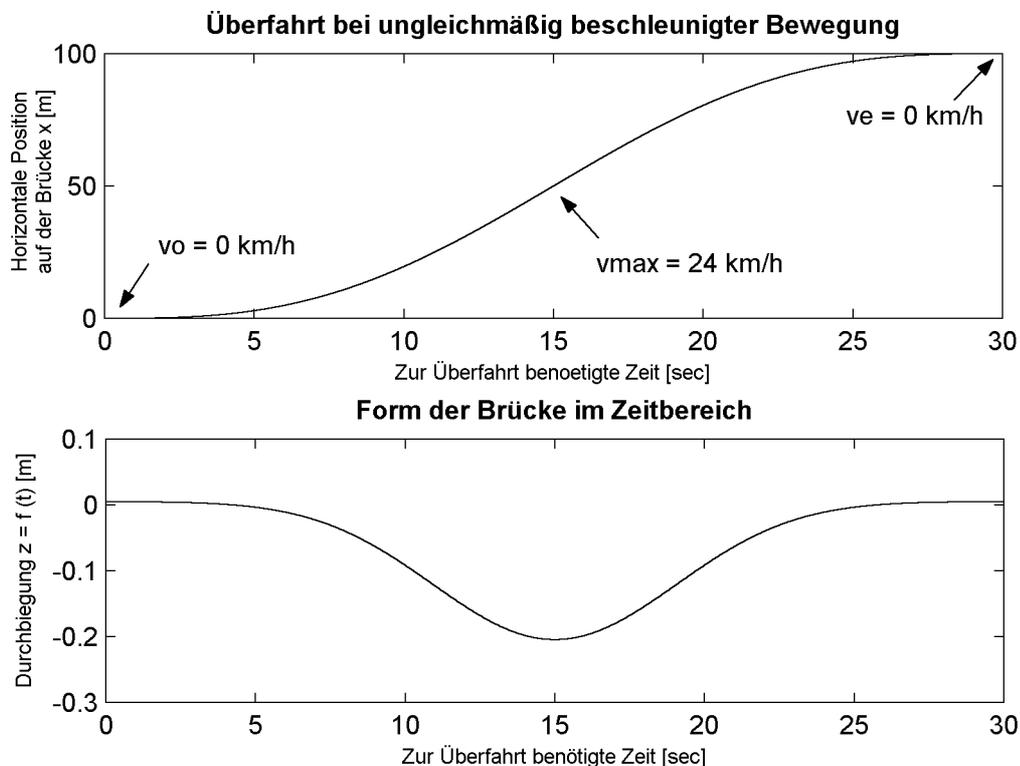


**Abb. III-8:** Zur Simulation verwendetes Modell der Biegelinie einer Brücke (Polynom 4. Grades mit der ersten und zweiten Ableitung nach dem Ort)

### Simulation 1: Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung ohne Halt

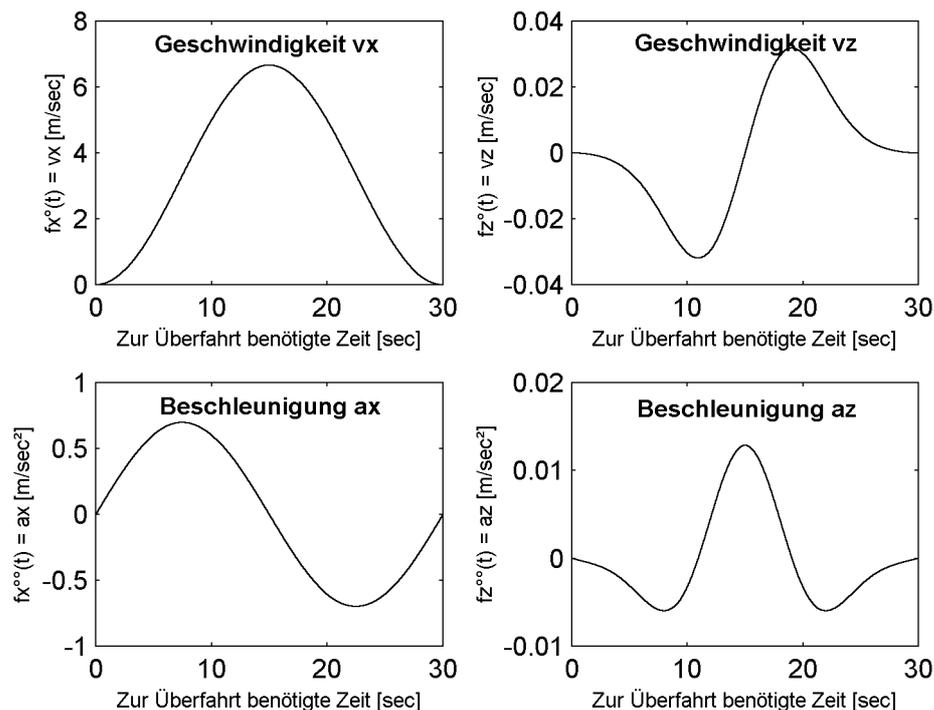
Um „Stärken und Schwächen“ der zeitfreien Gleichung (III.3.3.2–4) dokumentieren zu können, wird hier zunächst eine nur auf dieser Gleichung basierende Simulation durchgeführt. Simuliert wird eine Überfahrt über die Brücke (Abb. III–8) mit variabler Geschwindigkeit ohne Halt, bei der nur INS-Messungen registriert werden.

Die Geschwindigkeitsfunktion (Abb. III–9 oben) wird so gewählt, daß die Fahrt bei stehendem Meßfahrzeug ( $v_0 = 0$ ) beginnt, in der Brückenmitte ein für manuelle Verfahrung gerade noch zu akzeptierender Spitzenbetrag von  $v_{max} = 24 \text{ km/h}$  erreicht wird, und das Fahrzeug am Endpunkt der Brücke wieder zum Stillstand ( $v_e = 0$ ) kommt. Aus dem Verlauf der Geschwindigkeitsfunktion ergibt sich die Form der Brücke als Funktion im Zeitbereich  $f(t)$  (Abb. III–9 unten).



**Abb. III–9:** Simulierte Überfahrt über die Brücke ohne Halt. Aus der oben dargestellten Zeit/Weg-Relation ergibt sich die Form der Brücke im Zeitbereich (unten)

Die Ableitungen der Funktion für die Form im Zeitbereich  $f(t)$  nach der Zeit ( $\dot{f}(t)$  bzw.  $\ddot{f}(t)$ ) ergeben die theoretischen Verläufe der Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen in  $x$ - und  $z$ -Richtung (Abb. III–10). Die Transformation der ersten Ableitung der Form nach dem Ort  $f'(x)$  in den Zeitbereich führt zu den Winkelinkrementen  $d\varphi(t)$ , deren theoretischer Verlauf im linken Teil von Abbildung III–11 wiedergegeben wird.



**Abb. III-10:** Simulierte Überfahrt über die Brücke ohne Halt. Die ersten und zweiten Ableitungen der Form der Brücke (im Zeitbereich) nach der Zeit.

Die zur Simulation genutzten Beobachtungen ( $a_x(t)$ ,  $a_z(t)$  und  $d\varphi(t)$ ) werden unter der Annahme vorliegender Normalverteilung durch Verrauschen der theoretischen Größen gebildet. Die Werte für das Rauschen basieren auf praktischen Messungen. Bei den empirischen Größen handelt es sich um Erfahrungswerte, die sich bei Arbeiten mit der *IMU-3L* ergeben haben (Kapitel IV). Um die Simulation nicht zu optimistisch wirken zu lassen, werden die theoretischen Beobachtungswerte für die Berechnungen mit einem Rauschen belegt, das um eine Zehnerpotenz höher ist als die praktischen Erfahrungswerte (Tab. III-5).

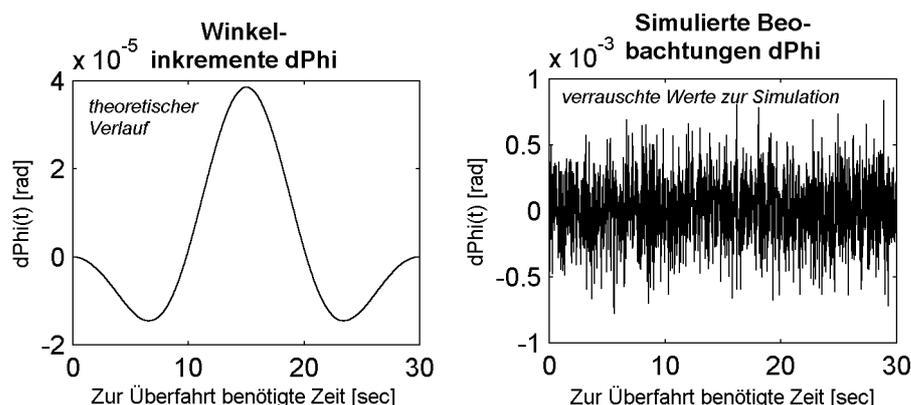
Beobachtungsgröße	Empirisches Meßrauschen	Zur Simulation angesetzt
$a_x$	0,001 $m/s^2$	0,01 $m/s^2$
$a_z$	0,001 $m/s^2$	0,01 $m/s^2$
$d\varphi$	0,000025 $rad$	0,00025 $rad$

**Tab. III-5:** Für die Simulationsrechnungen wurde das Meßrauschen eine Zehnerpotenz höher gewählt als in den praktischen Untersuchungen (Kapitel IV) ermittelt.

Die Werte aus Tabelle III-5 gehen auch in das *stochastische Modell* ein. Mit ihnen wird die Matrix  $\mathbf{Q}_{LL}$  als synthetische Kofaktormatrix mit  $\sigma_0 = 1$  aufgebaut. Da die „Be-

obachtungen“ unter der Annahme vorliegender Normalverteilung erzeugt wurden, ist eine Modellierung von Kovarianzen mittels einer Korrelationsfunktion nach (III.3.4.2-2) für diese Simulation nicht sinnvoll.

Am Beispiel der Winkelinkremente  $d\varphi$  werden in Abbildung III-11 der theoretische Verlauf (links) sowie die zur Simulation verwendeten Werte (rechts) dargestellt. Für die Beschleunigungen  $a_x$  und  $a_z$  ergibt sich ein analoges Bild.



**Abb. III-11:** Simulierte Überfahrt über die Brücke ohne Halt. Theoretischer Verlauf der Winkelinkremente sowie die zur Simulation angesetzten „Beobachtungen“

Die Beobachtungen ( $a_x(t)$ ,  $a_z(t)$  und  $d\varphi(t)$ ) müssen unter den in III.3.1 definierten Annahmen der zeitfreien *Bedingungsgleichung* (III.3.3.2-4) genügen. Da mangels Unbekannter der Parametervektor  $\hat{\mathbf{x}}$  entfällt, reduzieren sich die Normalgleichungen des *allgemeinen Ausgleichsmodells* (III.3.4.3-1) auf den Fall der *bedingten Beobachtungen*:

$$\mathbf{B}_{r,n} \cdot \mathbf{Q}_{LL} \cdot \mathbf{B}_{n,r}^T \cdot \mathbf{k}_{r,1} + \mathbf{w}_{r,1} = \mathbf{0}_{r,1} \quad \text{mit } \mathbf{k} = \text{Korrelatenvektor} \quad (\text{III.3.4.4-1})$$

Die Matrix  $\mathbf{B}$  wird nach (III.3.4.1-6) auf Basis der Bedingungen des Typs A und Typs C gebildet. Der genaue Aufbau der  $\mathbf{B}$ -Matrix sowie eine Darstellung aller benötigten Differentialquotienten auf Basis kumulativer Summenvektoren wird im Anhang VI.1 bereitgestellt. Der Formelapparat zur Auflösung der Normalgleichung (III.3.4.4-1) findet sich beispielsweise in [PELZER 1985].

Bei einer Meßfahrt von 30 s Dauer ergeben sich mit einer Taktrate von 50 Hz insgesamt 4500 Meßwerte, mit denen 1500 zeitfreie Bedingungsgleichungen aufzustellen sind. Die Matrix  $\mathbf{B}_{1500,4500}$  enthält für dieses Beispiel 6,75 *Millionen* — die Matrix  $\mathbf{Q}_{LL}_{4500,4500}$  sogar 20,25 *Millionen* — Elemente. Die Berechnungen werden mit dem kommerziellen Softwarepaket *MATLAB* (Version 5.31) auf einem handelsüblichen *Pentium III*-PC mit 500 MHz

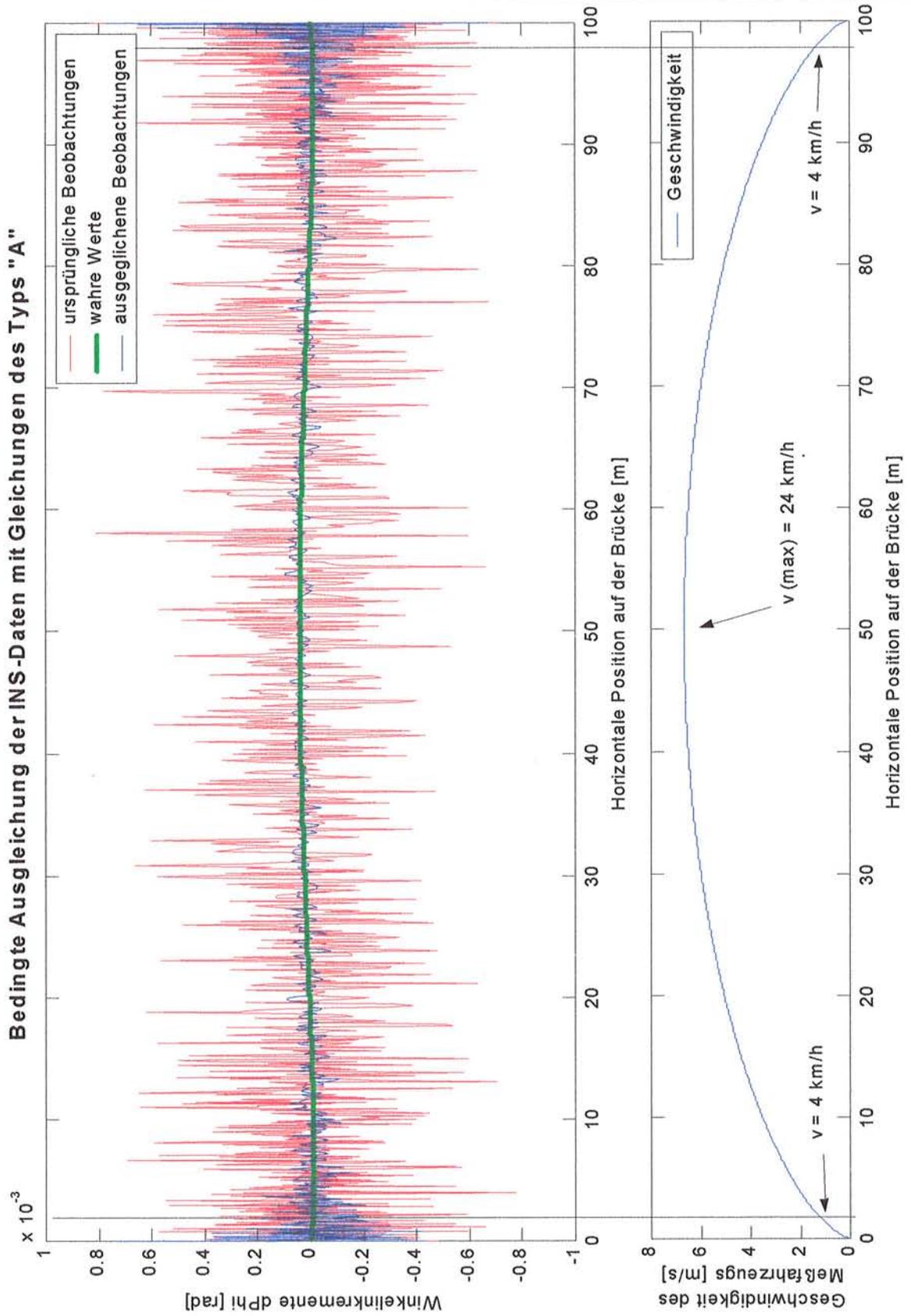


Abb. III-12: Simulierte Überfahrt über die Brücke ohne Halt. Ergebnis der Ausgleichung und Zusammenhang mit der Geschwindigkeit des Meßfahrzeugs am Beispiel der Winkelinkremente.

durchgeführt, der über 512 *MB*-RAM Hauptspeicher verfügt. Die Rechenzeiten für eine Simulation dieser Größenordnung beträgt ca. 30 *min*. Es wird derzeit keine Datenkomprimierung vorgenommen.

Versuche mit längeren Meßphasen zeigen, daß für die größeren Datenmengen ein Hauptspeicher von 512 *MB* nicht mehr ausreichend ist. Zwar umgehen moderne Softwarepakete einen Speichermangel selbständig durch Anlegen von *virtuellem Speicher* auf der Festplatte, jedoch läßt der Zugriff auf die ausgelagerten Daten auf der Festplatte die Rechenzeiten exponentiell ansteigen. Abhilfe schafft hier bei Bedarf die Anwendung bekannter Komprimierungsverfahren, wie z.B. die *Sparse-Technik*. Die derzeitige Entwicklungsgeschwindigkeit auf dem EDV-Markt läßt jedoch erwarten, daß in Kürze größere Hauptspeicher von 1 *GB* RAM oder mehr Standard werden, so daß auf die Datenkomprimierung verzichtet werden kann.

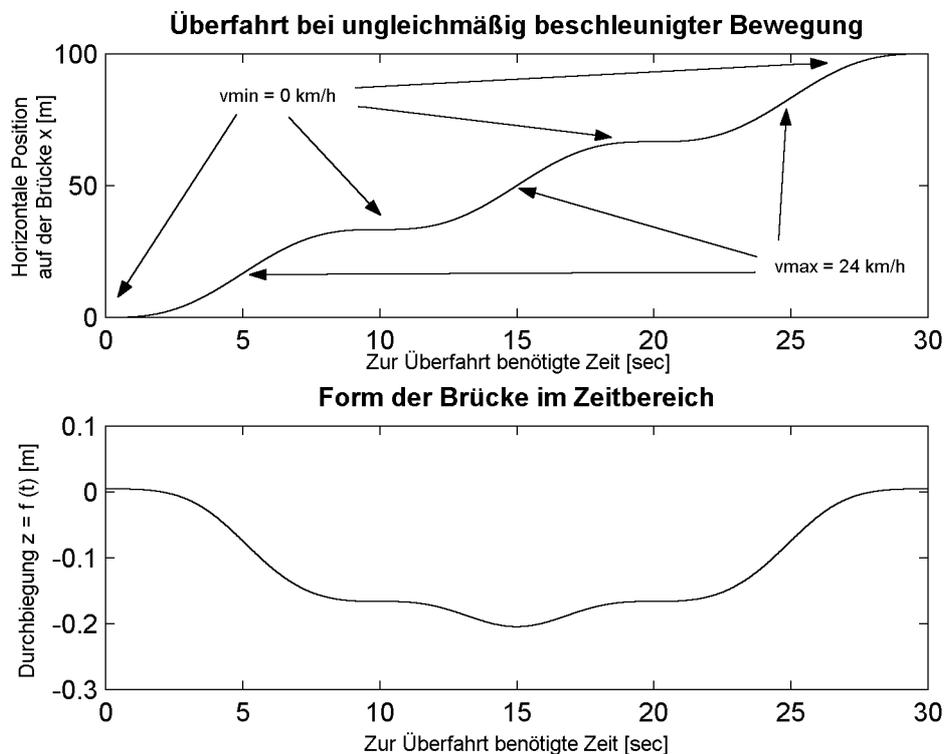
Das Ergebnis der Ausgleichung wird am Beispiel der Winkelinkremente in Abbildung III-12 dargestellt. Es ist deutlich zu sehen, daß der Ausgleichungsansatz mittels der *zeitfreien Gleichung* für den Großteil der Messungen mehr als befriedigende Ergebnisse liefert. Nur im Bereich von Start- und Endpunkt der Messung zeigen sich schmale Intervalle niedriger Genauigkeit. Der Vergleich mit der Geschwindigkeitsfunktion des Meßfahrzeugs deutet darauf hin, daß diese Bereiche niedriger Genauigkeit mit denen niedriger Geschwindigkeit hoch korreliert sind. Für Geschwindigkeiten die unterhalb der eines „gemütlichen Spaziergängers“ liegen ( $< 4 \text{ km/h}$ ), fällt die Genauigkeit der ausgeglichenen Beobachtungen stark ab. Die Vermutung drängt sich auf, daß in die Dynamik des Gesamtsystems in diesen Bereichen zu gering ist. Es scheint eine gewisse Grundgeschwindigkeit erforderlich zu sein, damit die zeitfreie Gleichung als Bedingung durchgreift. Die läßt sich am Beispiel von „Zwischenhalten“ zeigen.

### **Simulation 2: Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung mit Zwischenhalt**

Zur Simulation einer reinen INS-Messung mit Zwischenhalten auf der Brücke wird das Brückenmodell aus Abbildung III.8 herangezogen. Die Funktionen für die Form der Brücke im Geometriebereich  $z = f(x)$  sowie deren Ableitungen nach dem Ort  $f'(x)$  und  $f''(x)$  sind demnach mit dem ersten Simulationsfall identisch.

Die Geschwindigkeitsfunktion definiert sich nach Abbildung III-13 (oben). Neben Start- und Endpunkt sind zwei weitere Haltpunkte ( $v = 0$ ) vorgesehen. Die eigentlichen Standzeiten sind minimal (1 Meßepoche bei  $50 \text{ Hz} \hat{=} 0.02 \text{ s}$ ). Die Simulation für beliebig lange

Standzeiten an den Zwischenhalten z.B. im Rahmen von *ZUPTs* ist trivial. Zwischen den Haltpunkten steigt die Geschwindigkeit auf einen bei manueller Verfahrung kaum erreichbaren Maximalwert von  $v_{max} = 24 \text{ km/h}$  an.

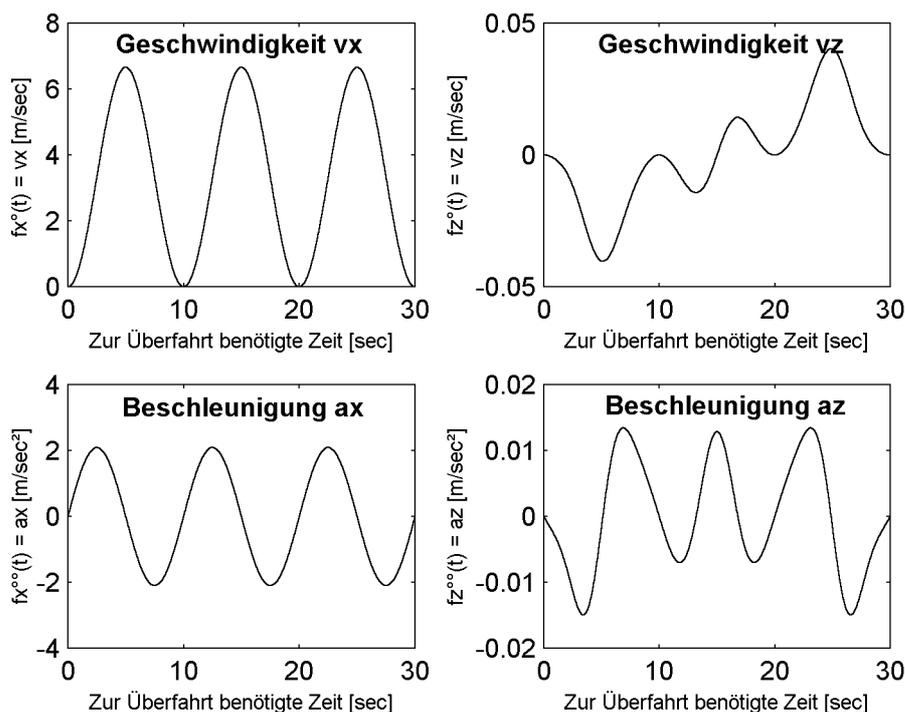


**Abb. III-13:** Simulierte Überfahrt über die Brücke mit Zwischenhalt. Aus der oben dargestellten Zeit/Weg-Relation ergibt sich die Form der Brücke im Zeitbereich unten (vgl. Abb. III-9).

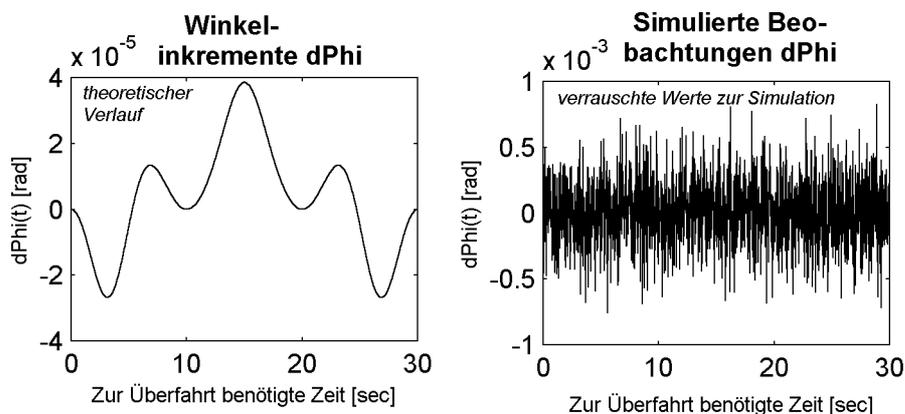
Die sich unter dieser Geschwindigkeitsfunktion ergebende Funktion für die Form der Brücke im Zeitbereich (Abb. III-13 unten) ist selbstverständlich nicht identisch mit der des ersten Simulationsfalls (Abb. III-9 unten). Dementsprechend ändern sich auch die Ableitungen nach der Zeit und die daraus resultierenden „Beobachtungen“  $a_x(t)$ ,  $a_z(t)$  und  $d\varphi(t)$  (Abb. III-14 und Abb. III-15), die mit den bekannten Werten „verrauscht“ werden.

Die reinen INS-Daten müssen wieder unter den in III.3.1 definierten Annahmen der *zeitfreien Bedingungsgleichung* (III.3.3.2-4) genügen. Für die Ausnahmefälle vorhandener singulärer Punkte ist diese Gleichung durch die Gleichungen (III.3.3.3-2a bis -2c) zu ersetzen. Das bedeutet für das *funktionale Modell*, daß die **B**-Matrix für die entsprechenden Beobachtungen nach (III.3.4.1-8) mit Gleichungen des Typs  $A_0$  zu ergänzen ist. Die notwendigen Differentialquotienten werden im Anhang VI.1 explizit bereitgestellt.

Die Dimensionen der Matrizen sowie die zur Ausgleichung benötigte Rechenzeit ändern sich nur wenig im Vergleich zum vorherigen Fall. Das Ergebnis wird in Abbildung III-16



**Abb. III-14:** Simulierte Überfahrt über die Brücke mit Zwischenhalt. Die ersten und zweiten Ableitungen der Form der Brücke (im Zeitbereich) nach der Zeit (vgl. Abb. III-10).



**Abb. III-15:** Simulierte Überfahrt über die Brücke mit Zwischenhalt. Theoretischer Verlauf der Winkelinkremente sowie die zur Simulation angesetzten „Beobachtungen“ (vgl. Abb. III-11)

an den Winkelinkrementen  $d\varphi$  dargestellt. Wieder wird der Zusammenhang zwischen den Bereichen niedriger Genauigkeit und denen langsamerer Verfahrensgeschwindigkeit ( $< 4 \text{ km/h}$ ) deutlich. Die Darstellung bestätigt die bereits aufgestellte Vermutung, daß eine gewisse Dynamik des Gesamtsystems erforderlich ist, damit die zeitfreie Gleichung als Bedingung greift. In den singulären Punkten selbst sind die *ZUPT*- Bedingungen ( $a_x = 0$ ,  $a_z = 0$  und  $d\varphi = 0$ ) wieder durchgreifend.

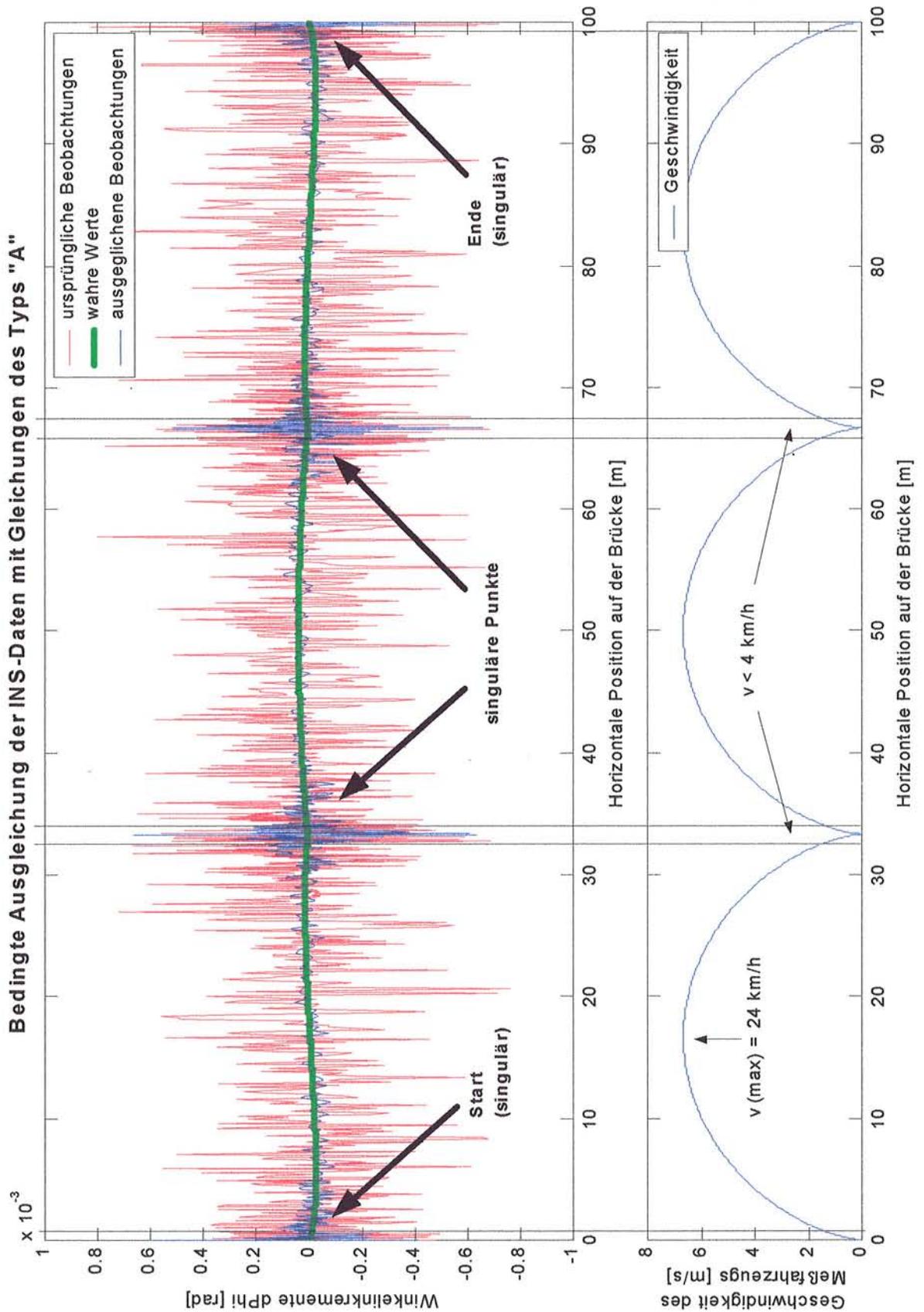
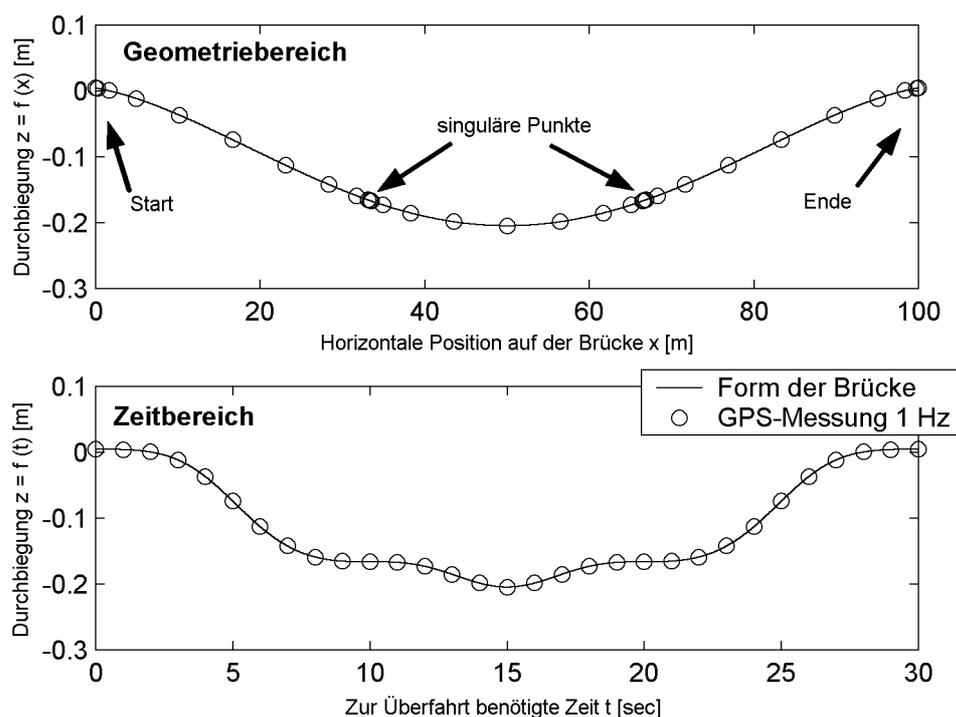


Abb. III-16: Simulierte Überfahrt über die Brücke mit Zwischenhalt. Ergebnis der Ausgleichung und Zusammenhang mit der Geschwindigkeit des Meßfahrzeugs am Beispiel der Winkelinkremente.

In weiteren Simulationen läßt sich zeigen, daß sich die Dynamik des Systems durch Erhöhung der Verfahrensgeschwindigkeiten noch verbessert. Setzt man in obigen Modellen für die Dauer einer Überfahrt 10 s an ( $v_{max} = 72 \text{ km/h}$ ), verringert sich die Standardabweichungen eines ausgeglichenen Winkelinkrements  $d\hat{\varphi}$  um den Faktor 10. In den Graphiken III-12 und III-16 liegen in diesem Falle die ausgeglichenen Winkelinkremente (blau), die sich nicht im 4 km/h-Intervall um die singulären Punkte befinden, innerhalb des grün dargestellten Bandes der wahren Werte.

Eine günstigere Systemdynamik ergibt sich auch bei kleineren Verfahrensgeschwindigkeiten zwangsläufig, wenn an der Brücke ein größeres Stützweitenverhältnis herrscht. Für Brückenbauwerke im Verlauf von Kraftfahrzeugstraßen bzw. Straßenbahnen sind die Stützverhältnisse größer als die zur Simulation angesetzt. Das größere Stützverhältnis hat zur Folge, daß die zu erfassenden vertikalen Beschleunigungen  $a_z$  sowie die Winkeländerungen  $d\varphi$  größer werden was zu einem günstigeren Verhältnis zwischen den Sensorsignalen und dem Sensorrauschen führt.



**Abb. III-17:** Simulierte Überfahrt über die Brücke mit Zwischenhalt. Häufung der GPS-Messungen nahe singulärer Punkte im Geometriebereich.

Die mangelhaften Ausgleichungsergebnisse im Bereich der 4 km/h-Intervalle rund um die singulären Punkte sind ein ernsthaftes Problem für ein auf reinen INS-Messungen basierendes Meßsystem. Bei einer Kombination aus INS/GPS ist diese „Schwäche“ der zeit-

*freien Bedingungsgleichung* jedoch nicht problematisch. Betrachtet man die Darstellung der GPS-Beobachtungen in Abbildung III–17, wird deutlich, daß sich genau innerhalb der kritischen Intervalle die GPS-Punkte häufen. In jedem GPS-Punkt wird eine zeitfreie Gleichung (III.3.3.2–4) durch die drei Bedingungen des Typs B ((III.3.3.2–6), (III.3.3.2–7) und (III.3.3.2–9)) ersetzt. In Bereichen mangelnder Systemdynamik werden demnach die INS-Messungen durch die gehäuften GPS-Messungen gestützt. In den singulären Punkten — geht man davon aus, daß ein Zwischenhalt zum Zwecke eines *ZUPTs* erfolgt, was einen Halt von mindestens 30 . . . 60 s bedeutet — basieren die Ergebnisse komplett auf den GPS-Daten.

### III.3.4.5 Adaptive Modellierung zur Schätzung von Driftparametern

Unter den in II.1.1.3 beschriebenen Fehlern inertialer Sensoren sind die *Driften* von besonderer Bedeutung. Je nach Sensortyp und Genauigkeitsanforderung können schon nach sehr kurzen Meßphasen (z.B. 15 s) Stützphasen zur Driftbekämpfung mittels *ZUPT*, *CUPT* oder *Azimuth Update* notwendig werden (II.1.1.5). Bei dieser herkömmlichen Driftbekämpfung treten folgende Probleme auf:

- Das Driftverhalten der Sensoren wird bei einem *ZUPT* mit Ausnahme der Erdrotation nur im Stillstand geschätzt. Unter dynamischen Einflüssen kann ein Sensor jedoch ein anderes Driftverhalten zeigen als im „Ruhezustand“ .
- *CUPT* und *Azimuth Update* können zwar während der Bewegung durchgeführt werden, bei den meisten Anwendungen liegen aber nur wenige Koordinaten bzw. Richtungen zum Update vor.
- Die Bestimmung der Driften während der Bewegung muß entweder im körperfesten System erfolgen oder es müssen Zusatzinformationen über die Orientierung der Sensoren im *Objektsystem* vorliegen.
- Die mit herkömmlichen Auswerteverfahren während der Stützphasen zu ermittelnden Driftkorrekturen sind in Abhängigkeit von den Messungsumständen der Stützphase — es herrschen keine Laborbedingungen — sowie der Sensorbauformen teilweise noch mit Restfehlern behaftet.
- Die Driftparameter können für längere Zeit nicht als stabil angenommen werden.
- In Abhängigkeit davon, ob die Daten bereits von der internen Software des INS mit Driftkorrekturen versehen wurden oder nicht, sind entweder die Driften selbst oder auch nur Driftrestfehler zu schätzen.

Im Gegensatz zu Navigationsanwendungen, bei denen die gesamte Meßdauer (Meß- und Stützphasen) durchaus mehrere Stunden betragen kann, wird die Dauer der hier geplanten Messungen insgesamt nur wenige Minuten betragen. Für diesen Zeitraum kann von stabilen Driftparametern ausgegangen werden.

Da Driften eindeutig den einzelnen Sensoren zugeordnet sind, können sie normalerweise nur im körperfesten *Bodysystem* bestimmt und als Korrekturen angebracht werden. Bei der hier geplanten Anwendung, der Bestimmung der Biegelinie einer Brücke, handelt es sich um eine Messung an einem linearen Objekt. Die Orientierung des Meßfahrzeugs ändert sich bei einer Brückenüberfahrt nur um  $1 \dots 3 \text{ mgon}$ . Das führt zu Fehlern bei der Orientierung der Driftparameter, die weit unterhalb der Meßgenauigkeit liegen. Daher können nicht nur die Driftparameter für die Beobachtungen direkt im *Objektsystem* bestimmt werden, sondern es wird auch möglich, (Rest-)Driften für bereits vorverarbeitete Daten (abgeleitete Beobachtungen) zu bestimmen und anzubringen.

Im Falle eines linearen Driftverlaufs sind die Driftkorrekturen zwischen den Meßepochen  $t_i - t_{i-1}$  konstante Zuschläge ( $\Delta \mathcal{D}_{ax}, \Delta \mathcal{D}_{az}, \Delta \mathcal{D}_{d\varphi}$ ) die jeweils auf die einzelnen Beobachtungen ( $a_x(t), a_z(t), d\varphi(t)$ ) zu addieren sind.

Zur Modellierung komplexerer Driftfunktionen bieten sich Polynome an. Für jede Meßgröße ( $a_x(t), a_z(t)$  und  $d\varphi(t)$ ) ist eine Driftfunktion ( $\mathcal{D}_{ax}(t), \mathcal{D}_{az}(t), \mathcal{D}_{d\varphi}(t)$ ) zu ermitteln. Dabei sollte beachtet werden, daß durch „geschickte“ Definition einer solchen Driftfunktion der nachfolgende Rechengang stark vereinfacht werden kann.

Die zum Zeitpunkt  $t$  beobachteten Beschleunigungen  $a_x(t)$  und  $a_z(t)$  werden korrigiert zu

$$a_x^{korr}(t) = a_x(t) + \dot{\mathcal{D}}_{ax}(t) \quad \text{(III.3.4.5-1a)}$$

$$a_z^{korr}(t) = a_z(t) + \dot{\mathcal{D}}_{az}(t) \quad \text{(III.3.4.5-2a)}$$

mit den Driftpolynomen:

$$\dot{\mathcal{D}}_{ax}(t) = (d_{ax_1} \cdot t + 2 \cdot d_{ax_2} \cdot t^2 + \dots + k \cdot d_{ax_k} \cdot t^k) \quad \text{(III.3.4.5-1b)}$$

$$\dot{\mathcal{D}}_{az}(t) = (d_{az_1} \cdot t + 2 \cdot d_{az_2} \cdot t^2 + \dots + k \cdot d_{az_k} \cdot t^k) \quad \text{(III.3.4.5-2b)}$$

Durch Integration von (III.3.4.5-1 und -2) erhält man die Darstellungen:

$$\int_0^t a_x^{korr}(t) dt = \int_0^t a_x(t) dt + \int_0^t \dot{\mathcal{D}}_{ax}(t) dt = v_x(t) + \mathcal{D}_{ax}(t) \quad \text{(III.3.4.5-3a)}$$

$$\int_0^t a_z^{korr}(t) dt = \int_0^t a_z dt + \int_0^t \dot{\mathcal{D}}_{az}(t) dt = v_z(t) + \mathcal{D}_{az}(t) \quad \text{(III.3.4.5-4a)}$$

$$\mathcal{D}_{ax}(t) = \int_0^t \dot{\mathcal{D}}_{ax}(t) dt = (d_{ax_0} + d_{ax_1} \cdot t + d_{ax_2} \cdot t^2 + \dots + d_{ax_k} \cdot t^k) \quad (\text{III.3.4.5-3b})$$

$$\mathcal{D}_{az}(t) = \int_0^t \dot{\mathcal{D}}_{az}(t) dt = (d_{az_0} + d_{az_1} \cdot t + d_{az_2} \cdot t^2 + \dots + d_{az_k} \cdot t^k) \quad (\text{III.3.4.5-4b})$$

Die Driftfunktionen  $\mathcal{D}_{ax}(t)$  und  $\mathcal{D}_{az}(t)$  (III.3.4.5-4a und 4b) können durchaus als *Geschwindigkeitskorrekturen* bezeichnet werden. Unter der Voraussetzung, daß die Meßfahrten bei stillstehendem Fahrzeug beginnen ( $v_0 = 0$ ), entfallen die Terme  $d_{ax_0}$  bzw.  $d_{az_0}$ .

Analog wird für die Winkelinkremente  $d\varphi(t)$  die Driftfunktion  $\mathcal{D}_{d\varphi}(t)$  eingeführt in der Form:

$$d\varphi^{korr}(t) = d\varphi(t) + \mathcal{D}_{d\varphi}(t) \quad (\text{III.3.4.5-5a})$$

$$\mathcal{D}_{d\varphi}(t) = (d_{d\varphi_0} + d_{d\varphi_1} \cdot t + d_{d\varphi_2} \cdot t^2 + \dots + d_{d\varphi_k} \cdot t^k) \quad (\text{III.3.4.5-5b})$$

Mit den so definierten Driftfunktionen  $\mathcal{D}_{ax}(t)$ ,  $\mathcal{D}_{az}(t)$  und  $\mathcal{D}_{d\varphi}(t)$  lassen sich die Bedingungsgleichungen des funktionalen Modells ergänzen. Beispielsweise nimmt für das zum Zeitpunkt  $t$  gemessene Beobachtungstripel des INS die *zeitfreie Bedingungsgleichung* (III.3.3.2-4) folgende Form an:

$$\tan \left[ \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^t [d\varphi(i) + \mathcal{D}_{d\varphi}(i)] \right] = \frac{\sum_{i=2}^t \left[ \left( a_z(i-1) + \dot{\mathcal{D}}_{az}(i-1) \right) + \left( a_z(i) + \dot{\mathcal{D}}_{az}(i) \right) \right]}{\sum_{i=2}^t \left[ \left( a_x(i-1) + \dot{\mathcal{D}}_{ax}(i-1) \right) + \left( a_x(i) + \dot{\mathcal{D}}_{ax}(i) \right) \right]} \quad (\text{III.3.4.5-6})$$

Diese zunächst unübersichtlich anmutende Form der *zeitfreien Bedingungsgleichung* läßt sich mit Hilfe *kumulativer Summenvektoren* wieder sehr komfortabel darstellen. Der prinzipielle Aufbau der *B*-Matrix bleibt erhalten, so daß die Belegungsstruktur nach (III.3.4.1-6) ihre Gültigkeit behält. Nur in den Termen der *kumulativen Summenvektoren* sind die Parameter der Driftfunktionen zu ergänzen. Eine explizite Darstellung der Differentialquotienten findet sich im Anhang VI.2.

Die Bedeutung einer „geschickten“ Definition der Driftpolynome wird am Beispiel der dritten Bedingungsgleichung für simultane INS/GPS-Beobachtungen auf einem Punkt (III.3.3.2-9) sehr deutlich. Der in Gleichung (III.3.3.2-8) nicht zu eliminierende horizontale Geschwindigkeitsanteil  $\dot{x}(t)^2$  findet sich in (III.3.3.2-9) wieder. Hier gehen die Driftkorrekturen sowohl aus der Funktion der Beschleunigungen  $\dot{\mathcal{D}}_{ax}(t)$  als auch aus der der Geschwindigkeiten  $\mathcal{D}_{ax}(t)$  ein:

$$\frac{\left[ a_z(t) + \dot{\mathcal{D}}_{az}(t) \right] - \left[ a_x(t) + \dot{\mathcal{D}}_{ax}(t) \right] \cdot \tan \left[ \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^t [d\varphi(i) + \mathcal{D}_{d\varphi}(i)] \right]}{\left( \frac{1}{2} \Delta t \cdot \sum_{i=2}^t [a_x(i-1) + a_x(i)] + \mathcal{D}_{ax}(t) \right)^2} = 2 \cdot b_2 + 6 \cdot b_3 \cdot x(t) + \dots \quad (\text{III.3.4.5-7})$$

Mit den zusätzlichen Unbekannten der Driftpolynome sind der Parametervektor  $\mathbf{X}$  sowie mit den dazugehörigen Differentialquotienten die Designmatrix  $\mathbf{A}$  zu ergänzen.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{1,(u+u_D)}^T &= [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ \dots \ X_u \ | \ X_{(u+1)} \ \dots \ X_{(u+u_D)}] \\ &= [b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_u \ | \ d_{ax_1} \ d_{ax_1} \ \dots \ d_{d\varphi_k}] \end{aligned} \quad (\text{III.3.4.5-8})$$

$$\mathbf{A}_{r,u} = \left[ \begin{array}{ccccc|cccc} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & t_1/S_{ax(1)}^* & 2t_1^2/S_{ax(1)}^* & \dots & -t_1^k/\cos^2 S_{d\varphi(1)}^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & t_{r_A}/S_{ax(r_A)}^* & 2t_{r_A}^2/S_{ax(r_A)}^* & \dots & -t_{r_A}^k/\cos^2 S_{d\varphi(r_A)}^* \\ \hline 1 & x & x^2 & x^3 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2x & 3x^2 & \dots & 1/S_{ax(r_A+1)}^* & 1/S_{ax(r_A+1)}^* & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6x & \dots & \dagger & \dagger & \dots & -a_x(r_A)/(v_x^2 \cos^2 S_{d\varphi(r_A)}^*) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x & x^2 & x^3 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2x & 3x^2 & \dots & 1/S_{ax(r_A+r_B)}^* & 1/S_{ax(r_A+r_B)}^* & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6x & \dots & \dagger & \dagger & \dots & -a_x(r_A)/(v_x^2 \cos^2 S_{d\varphi(r_A)}^*) \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & t_1^k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & t_r^k \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} r_A \text{ Ty} \\ \vdots \\ r_B \text{ Ty} \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} r_C \text{ Ty} \end{array} \right\} \end{array} \quad (\text{III.3.4.5-9})$$

mit:  $S_{ax(i)}^*$  – driftkorrigierter kumulativer Summenvektor  
 $\dagger$  – Differentialquotient siehe Anhang IV.2

Die Auflösung der Normalgleichungen erfolgt nach (III.3.4.3-1). Die ausgeglichenen Koeffizienten der Driftfunktionen lassen sich mit einem geeigneten Test auf Signifikanz prüfen. Nichtsignifikante Parameter können verworfen und die Ansätze der Driftfunktionen optimiert werden.

Im Gegensatz zu den herkömmlichen Verfahren zur Ermittlung der Sensordriften, die auf einer separaten Bestimmung z.B. während eines *ZUPTs* beruhen, erlaubt das hier dargestellte Verfahren die Schätzung von Driftfunktionen innerhalb eines geschlossenen Ausgleichungsansatzes. In diesem kombinierten INS/GPS-Modell müssen zur Ermittlung der Driften nicht zwangsweise *ZUPTs* durchgeführt werden. Jede gemessene GPS-Koordinate bedeutet für das System automatisch einen *CUPT* zur Driftbestimmung (*AutoCUPT*). Jeder Halt wird in der geschlossenen Ausgleichung automatisch zum *ZUPT* (*AutoZUPT*). Neben den absoluten Sensordriften lassen sich auch Restdriften in abgeleiteten Beobach-

tungen modellieren. Hinsichtlich der Driften kann dieses erweiterte Modell durchaus als „selbstkalibrierend“ bezeichnet werden.

### III.3.4.6 Adaptive Modellierung zur Systemidentifikation

Bei dem in den vorhergehenden Abschnitten bereitgestellten Modell handelt es sich um einen rein deskriptiven Ansatz zur Beschreibung des aktuellen geometrischen Zustands eines Brückenbauwerks. Zu einer physikalischen Interpretation ist jedoch die gleichzeitige Betrachtung der geometrischen Größen und der physikalischen Einflußfaktoren unerlässlich. Wie unter I.2.2.3 beschrieben, basieren sowohl die *nicht-parametrischen* als auch die *deterministischen* Ansätze der *dynamischen Modellierung* auf der Betrachtung von Deformationsprozessen – also auf der Beobachtung eines Deformationsobjektes und seiner beeinflussenden Faktoren über einen längeren Zeitraum (mehrere Beobachtungsepochen). Ziel ist die „Systemidentifikation“ aus gemessenen Eingangs- und Ausgangsgrößen. Mit dem hier vorgestellten Ansatz wird es durch Einführung zusätzlicher Parameter theoretisch möglich, die „Systemidentifikation“ durch eine einzige Meßfahrt – also am statischen Modell – zu realisieren.

Schon [MÖHLENBRINK 1984] hat am Beispiel eines verformten Stabelementes (Abb. III–18) gezeigt, daß aus der durch die Biegung hervorgerufenen Dehnung

$$\varepsilon_M = -z \cdot \frac{d\varphi}{dx} \quad (\text{III.3.4.6-1})$$

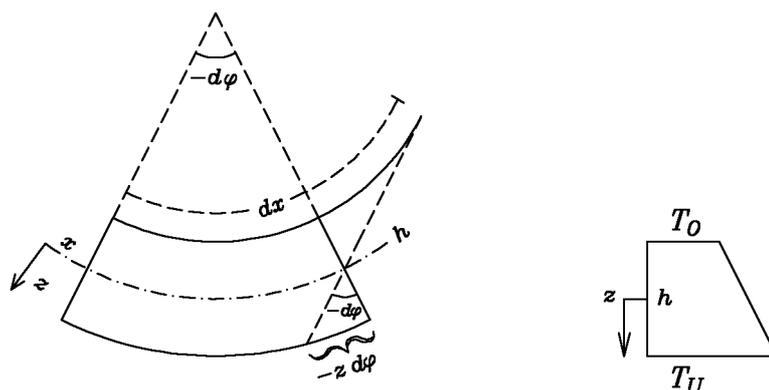
und der aus einer linearen Temperaturverteilung  $\Delta T = T_U - T_O$  zwischen Ober- und Unterkante des Stabes hervorgerufenen Dehnung

$$\varepsilon_{M,\Delta T} = \alpha \cdot \frac{T_U - T_O}{h} \cdot z \quad (\text{III.3.4.6-2})$$

unter Vernachlässigung von Längsdehnungen, Drillungen und Gleitungen die DGL für die Biegelinie des Stabes geschrieben werden kann als

$$\frac{d^2 w(x)}{dx^2} = -\frac{M(x)}{E \cdot I_y} - \alpha \cdot \frac{T_U - T_O}{h} \quad (\text{III.3.4.6-3})$$

worin  $M(x)$  das *Biegemoment*,  $E$  den *Elastizitätsmodul*,  $I_y$  das axiale *Flächenmoment* und  $\alpha$  den *Temperaturausdehnungskoeffizienten* darstellen.



**Abb. III-18:** Verformung eines Stabelements und Temperaturverteilung nach [MÖHLENBRINK 1984]

Der Zusammenhang zwischen  $\frac{d^2 w(x)}{dx^2} = f''(x) = z''(x)$  und der Krümmung der Biegelinie  $\kappa(x)$  nach (III.2.1.1-5) sowie der Übergang auf die kinematischen Meßgrößen mit (III.3.3-3b)  $\left( z'' = \frac{\dot{x}(t) \cdot \ddot{z}(t) - \dot{z}(t) \cdot \ddot{x}(t)}{\dot{x}(t)^3} \right)$  wurde im Rahmen dieser Arbeit ausführlich diskutiert. Eine Kombination von (III.3.4.6-3) mit der Gleichung (III.3.3.2-5c) oder auch der Gleichung (III.3.3.2-8) führt direkt zu einer neuen Bedingungsgleichung für das *allgemeine Ausgleichsmodell*. Über eine Bedingungsgleichung dieser Art können gemessene Temperaturen als Einflußfaktoren und bauwerksspezifische Größen (Temperaturausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  oder Elastizitätsmodul  $E$ ) als Parameter zusammengeführt werden. Nach der Ausgleichung liegen die aktuellen physikalischen Parameter im ausgeglichenen Unbekanntenvektor vor.

Besonders deutlich werden die Möglichkeiten zur Modellerweiterung am Beispiel der Verifikation eines Belastungsmodells oder auch Lastversuchs. Durch die aktuell wirkenden Kräfte definiert sich für die Brücke die Belastungsfunktion  $q_z(x)$ , die nach Tabelle III-4 mit der Funktion der Biegelinie  $w(x) = f(x)$  in folgendem Zusammenhang steht:

$$\frac{q_z(x)}{E \cdot I_y} = \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = f''''(x) \quad (\text{III.3.4.6-4})$$

Aus (III.3.4.6-4) läßt sich zwar bei bekanntem *Elastizitätsmodul*  $E$  und konstantem axialem Flächenmoment  $I_y(x)$  die Biegelinie durch viermalige Integration ermitteln, jedoch ist dann noch über vier Randbedingungen zu verfügen. In das hier vorgestellte Modell kann direkt die vierte Ableitung der Biegelinie (III.3.3.2-5a) eingeführt werden:

$$f''''(x) = 24 \cdot b_4 + 120 \cdot b_5 \cdot x + 360 \cdot b_6 \cdot x^2 + \dots \quad (\text{III.3.4.6-5})$$

Bei einem Polynomansatz sechster Ordnung ergibt sich die Bedingungsgleichung

$$\frac{q_z(x)}{E \cdot I_y} = 24 \cdot b_4 + 120 \cdot b_5 \cdot x + 360 \cdot b_6 \cdot x^2 \quad (\text{III.3.4.6-6})$$

mit der der Elastizitätsmodul als zusätzlicher Parameter zu schätzen ist.

Die Möglichkeiten zur Modellerweiterung, die der hier beschriebene Ansatz eröffnet, sind so vielfältig, daß sie im Rahmen dieser Arbeit nur beispielhaft angesprochen werden können. So ist es durchaus denkbar ein *FEM*-Modell in den Ansatz zu integrieren, oder auch die Auswertung mehrerer Messungen (Überfahrten über die Brücke) im Rahmen einer einzigen Ausgleichung durchzuführen, um Materialparameter (z.B. *Elastizitätsmodul* oder *Ausdehnungskoeffizienten*) unter unterschiedlichen Einflußfaktoren oder Belastungszuständen zu ermitteln.

## IV Exemplarische Testmessungen auf Gleisen

### IV.1 Bestimmung der Referenztrassen

#### IV.1.1 Aufmessung von Gleisen nach den Richtlinien der DB

Bei der Aufnahme einer Gleistrasse werden herkömmlicherweise die Gleisachse und die Gleishöhe bestimmt. Nach den Richtlinien der DB versteht man unter der Gleisachse die in Längsrichtung des Gleises zwischen den Schienenkopffinnenflächen (Bereich  $0 \dots 14 \text{ mm}$  unter Schienenoberkante) verlaufende Mittellinie des Gleises bzw. bei Spurerweiterungen in Bögen die im Abstand der halben Regelspurweite ( $0,7175 \text{ m}$ ) verlaufende Parallele zur Berührenden der Schienenkopffinnenfläche des äußeren Schienenstranges.

Die Aufnahmegenaugigkeit, bezogen auf die Lage und Höhenfestpunkte der DB, soll betragen :

für die Lage:  $\pm 5,0 \text{ cm}$  bei Gleisen in Längsrichtung  
 $\pm 0,5 \text{ cm}$  bei Weichen in Längsrichtung  
 $\pm 0,5 \text{ cm}$  bei Gleisen und Weichen in Querrichtung  
für die Höhe:  $\pm 0,5 \text{ cm}$

*(aus: DB Richtlinien Gleis- und Bauvermessung Nr. 883.0030, 1997)*

Für die Lagemessung nicht vermarkter Gleise ist eine einfache polare Aufnahme ca. alle  $40 \text{ m}$  ausreichend. Die Punktdichte richtet sich nach der voraussichtlichen Folge der Trassierungselemente und soll die Bestimmung der Trasse mit genügender Sicherheit ermöglichen.

Für die Höhenmessung wird nur die Schienenoberkante eines Gleises aufgemessen. Bei überhöhten Gleisen ist die niedrigere, bogeninnere Schiene aufzumessen. Zusätzlich ist an repräsentativen Punkten die Überhöhung zu ermitteln. Nach Möglichkeit sind die Punkte aufzunehmen, die auch zur Bestimmung der Gleisachse dienen.

Die polare Aufnahme erfolgt in der Regel mittels einer Totalstation und einer speziellen Schablone, die auf die Richtlinien der DB abgestimmt ist (Abb. IV-1). Eine derartige Schablone trägt ein Prisma und kann mit einem Neigungsmesser zur Ermittlung der Gleisüberhöhung ausgestattet werden.



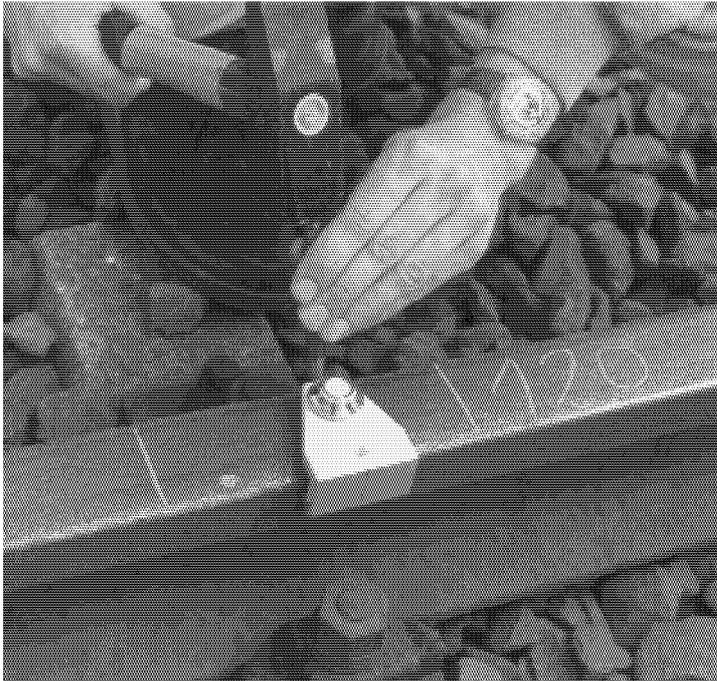
**Abb. IV–I:** Schablone zur polaren Aufnahme von Gleisen („Gleislatte“ der Firma Sinning Vermessungsbedarf GmbH)

Neben der Polaraufnahme kommt bei Gleisaufnahmen die sogenannte „relative Methode“ zum Einsatz. Sie basiert auf der *Pfeilhöhenmessung* unter Verwendung von *Langsehnen*, die mit einem optischen Pfeilhöhenmeßgerät überlappend aufgenommen werden. Ältere Verfahren, wie z.B. die Bestimmung von *Wandersehnen* mit einer Schnur sind heutzutage als historisch zu betrachten. Neuere Methoden zur Gleisvermessung stützen sich entweder auf automatische Totalstationen mit Zielverfolgung bzw. -erkennung, mit denen ein Prisma während der Messung automatisch erfaßt werden kann, oder auf kinematische Satellitenverfahren bei denen die Gleislage mittels einer verfahrbaren Antenne – teilweise in Echtzeit (*RTK*) – aufgenommen wird.

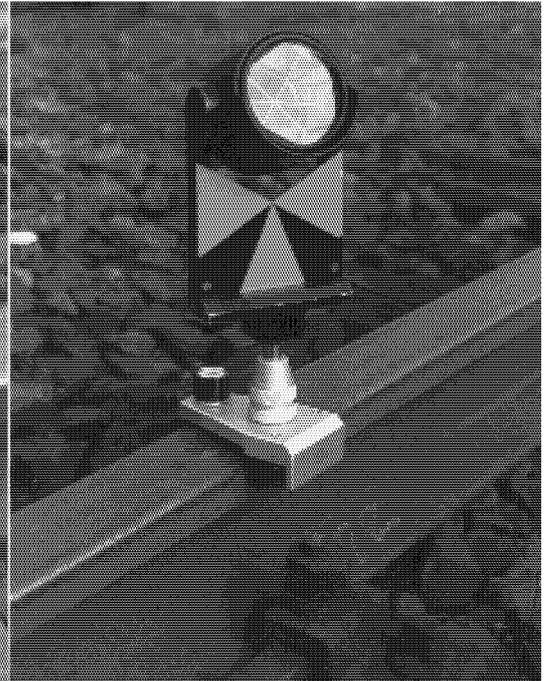
#### IV.1.2 Aufmessung der Referenzgleise

Als Referenztrasse für die *beispielhaften Messungen* im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Gleis im *Eisenbahnmuseum Bochum/Dahlhausen*, einem ehemaligen Bahnbetriebswerk der *DB*, mit terrestrischen und satellitengestützten Verfahren aufgenommen.

Zunächst wurde in der Umgebung der Trasse ein „Festpunktfeld“ eingerichtet. Diese „Festpunkte“ wurden dauerhaft vermarktet. Sie dienten als Gerätestandpunkte für alle nachfolgenden terrestrischen Messungen. (Anmerkung: Obwohl das Referenznetz „frei“ ausgeglichen wurde, wurde die Bezeichnung „Festpunkte“ für diese Punkte gewählt, weil sie für die späteren kinematischen GPS-Aktivitäten als unbewegte Master-Stationen vorgesehen waren.) Da der langgestreckte Trassenverlauf zu keiner fehlertheoretisch günstigen Netzkonstellation führte und zur Netzanlage nur ein relativ schmaler Bereich in Trassennähe zur Verfügung stand, wurden die Festpunkte auf beiden Seiten des Gleiskörpers mit größtmöglichem Abstand zur Trasse angelegt. Es wurden fünf Festpunkte vermarktet, die sowohl über GPS als auch über terrestrische Messungen miteinander ver-



**Abb. IV-2:** Körnerpunkt als Vermarkung auf dem Referenzgleis im Eisenbahnmuseum Bochum/ Dahlhausen



**Abb. IV-3:** Einmessung des Referenzgleises mit Gleisprisma (nach Bämpfer)

bunden wurden. Es wurden Strecken, Richtungen und Zenitdistanzen gemessen (*WILD T3000* mit *DI2002*) sowie mehrere Präzisionsnivellements durchgeführt (*ZEISS DiNi11*).

Zur Signalisierung der Gleispunkte wurden entlang der Trasse auf einer Schiene in Abständen von  $\sim 10\text{ m}$  bei geradem Verlauf Punkte mittels eines Körners vermarktet und mit Ölkreide markiert (Abb. IV-2). In Kurven wurden die Punktabstände kleiner gewählt, um den Kurvenverlauf (Krümmung) besser zu erfassen. In Abständen von  $\sim 30\text{ m}$  wurde auch jeweils ein Punkt auf der gegenüberliegenden Schiene des Gleises vermarktet, um die Querneigungen (Gleisüberhöhung) registrieren zu können.

Von den Festpunkten aus wurden zu den einzelnen vermarkten Gleispunkten mehrfach die Strecken, Richtungen und Zenitwinkel bestimmt. Dabei kam ein spezielles Gleisprisma mit Magnethalterung zum Einsatz, das die Signalisierung nach den *DB-Richtlinien* ermöglichte (Abb. IV-3). Zusätzliche Präzisionsnivellements entlang der Trasse sorgten dafür, daß jeder Trassenpunkt mehrfach (als Seitenblick) höhenmäßig erfaßt wurde. Darüber hinaus wurden in Abständen von  $70\dots 100\text{ m}$  auf ausgewählten Punkten statische GPS-Messungen durchgeführt.

Die Kombination der terrestrischen Beobachtungen mit den ausgeglichenen Koordinaten der statischen GPS-Messungen erfolgte unter Berücksichtigung aller notwendigen

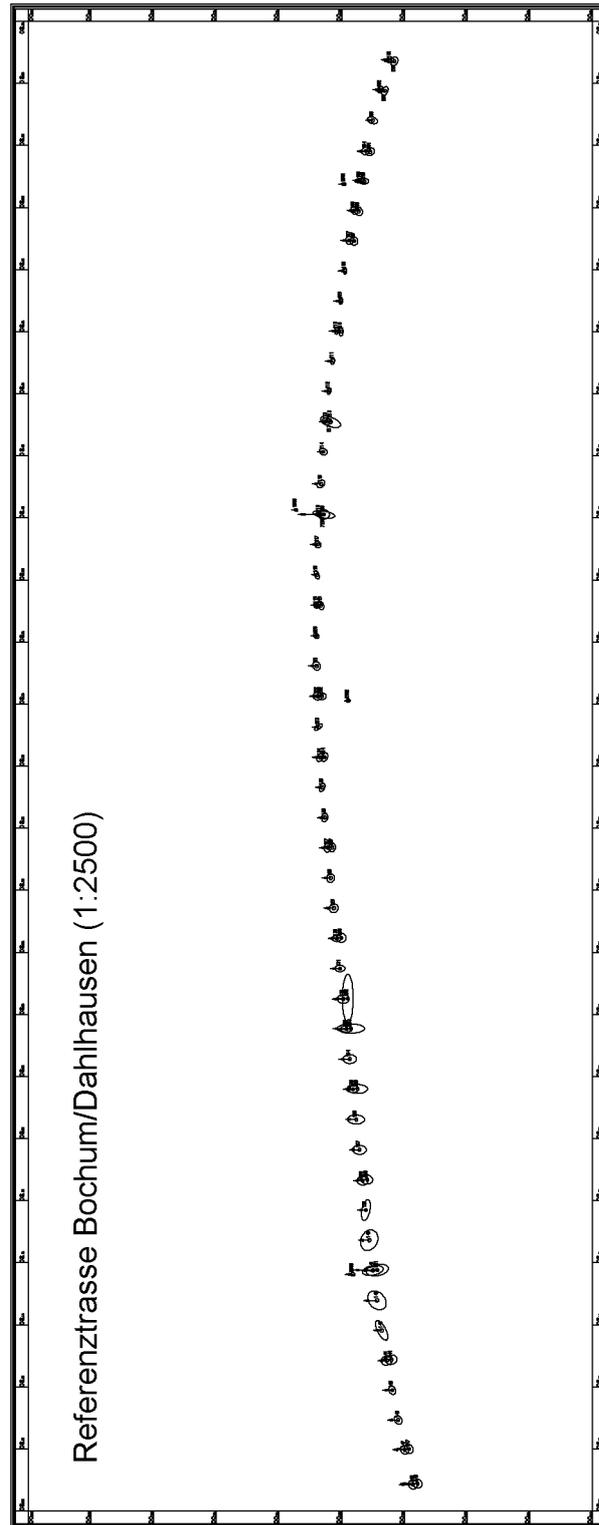


Abb. IV-4: Maßstäblicher Lageplott aller Gleispunkte der Referenztrasse im Eisenbahnmuseum Bochum/Dahlhausen (Ellipsen-Maßstab ca. 1:5)

Korrekturen und Reduktionen in einer *freien Netzausgleichung* im Datum des WGS84 (Abb. IV-4). Als Genauigkeiten konnten für die Festpunkte Standardabweichungen in allen drei Koordinatenrichtungen ( $s_y$ ,  $s_x$  und  $s_z$ ) von  $\sim 1,5 \text{ mm}$  angegeben werden. Die Standardabweichung der Gleispunkte beträgt in der Lage ( $s_y$  und  $s_x$ )  $2,0 \dots 3 \text{ mm}$  und für die Höhe ( $s_z$ ) maximal  $1,5 \text{ mm}$ . Die Ergebnisse der freien Ausgleichung bilden den Koordinatenrahmen für die weiteren Messungen.

## IV.2 Aufbau des Meßsystems

### IV.2.1 Testfahrzeug zur schienengebundenen Verfahrung

Zur Durchführung von Testmessungen auf hochgenau bestimmten Referenzgleisen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Meßfahrzeug gemäß untenstehender Skizze (Abb. IV-5) zur manuellen Verfahrung entlang der Trasse konstruiert, das folgende Anforderungen erfüllte:

- Strenge Reproduzierbarkeit des Fahrweges in Lage und Höhe
- Vorrichtung zur Zentrierung und Fixierung über Referenzpunkten
- Adaption von Inertialmeßsystemen verschiedener Bauart mit ungedämpfter Verbindung zur Schiene
- Adaption von GPS-Antennen in variabler Höhe zur Verminderung der Effekte von Signalabschattungen und Mehrwegausbreitungen
- Mitführen von Stromversorgung und Registriereinheiten

Basis für das Meßfahrzeug war das Untergestell einer verfahrbaren Leiter für den Oberleitungsbau, das mit massiven Stahlträgern und verwindungssteifen Siebdruckplatten verstärkt wurde (Abb. IV-6). Als Bezugslinie zum Referenzgleis wurden die Schienenkopffinnenfläche des äußeren Schienenstranges für die Lage und die Schienenoberkante als Höhenbezug definiert. Die Reproduzierbarkeit des Fahrweges entlang dieser Linie wurde durch den Einsatz zylindrisch gedrehter Spurkranzräder für den Höhenbezug und den Andruck des gesamten Fahrzeugs über einen Mechanismus an die Schienenkopffinnenfläche als Lagebezug realisiert (Abb. IV-7). Zur Zentrierung in Fahrtrichtung war das Fahrzeug mit einem Zeiger ausgestattet (Abb. IV-8) und konnte mit einer Handbremse fixiert werden.

Das Inertialmeßsystem war über die Stahlträger direkt mit dem ungefederten Fahrzeugrahmen verbunden. In den vier Eckpunkten des Fahrzeugs befanden sich Aufnahmen für

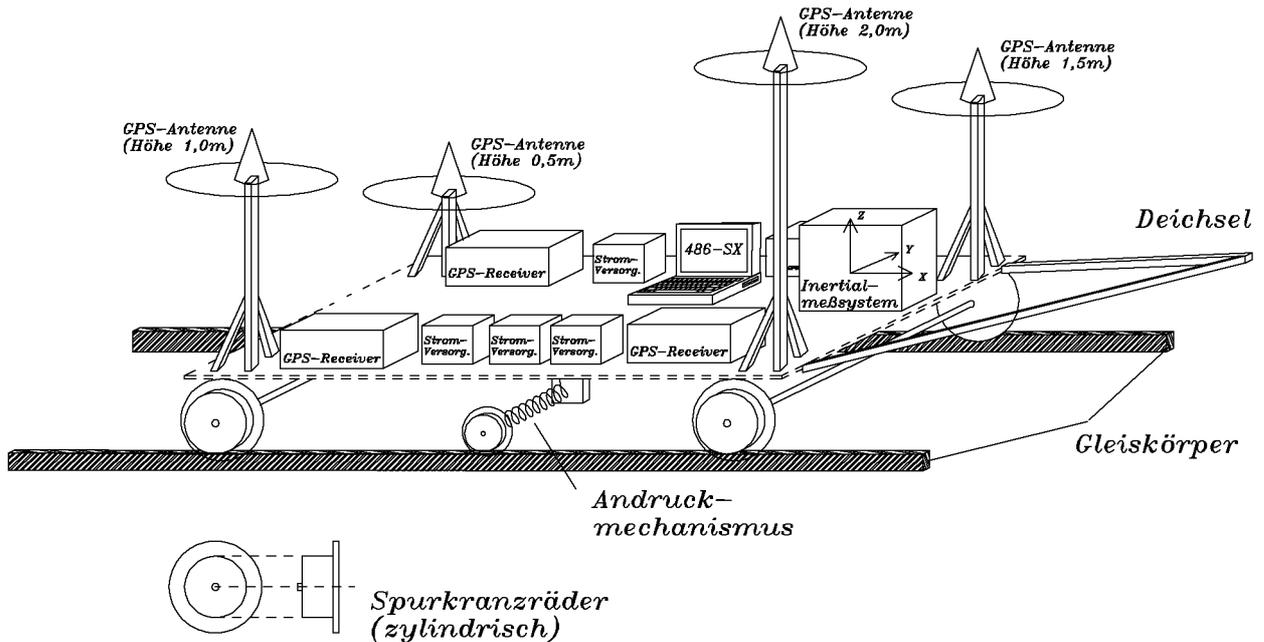


Abb. IV-5 : Prinzipieller Aufbau des Testfahrzeugs

die Träger der GPS-Antennen. Die Träger bestanden aus einem DIN-Steckzapfen als Kopf und Zwischenstücken unterschiedlicher Länge, so daß Antennenhöhen von 0,5...2,4 m eingestellt werden konnten. Die variable Antennenhöhe sollte ermöglichen, Abschattungen und seitliche Reflexionen der GPS-Signale an Brückenaufbauten (z.B. Geländer) zu vermeiden.

Die Datenregistrierung erfolgte entweder direkt in den mitgeführten GPS-Empfängern oder auf zwei Notebooks die auch Steuerungs- und Synchronisationsaufgaben übernahmen. Als Stromversorgung dienten diverse 12 V-Batterien. Das gesamte Fahrzeug wurde mit Hilfe einer Deichsel manuell verfahren (Abb. IV-6).

#### IV.2.2 Verwendete Sensorik

Für die Testmessungen im Eisenbahnmuseum Bochum/Dahlhausen wurde das Testfahrzeug mit einem Inertialmeßsystem und vier GPS-Empfängern bestückt.

Als Inertialmeßsystem wurde das im Jahre 1989 bei der *Deutschen Montan Technologie (DMT)* gebaute Strapdown-System *IMU-3L (Inertial Measurement Unit)* eingesetzt. Es basiert auf dem aus Navigationsanwendungen bekannten System *LASERREF II* der Firma *Honeywell*, das für vermessungstechnische Zwecke von der *DMT* modifiziert wurde.

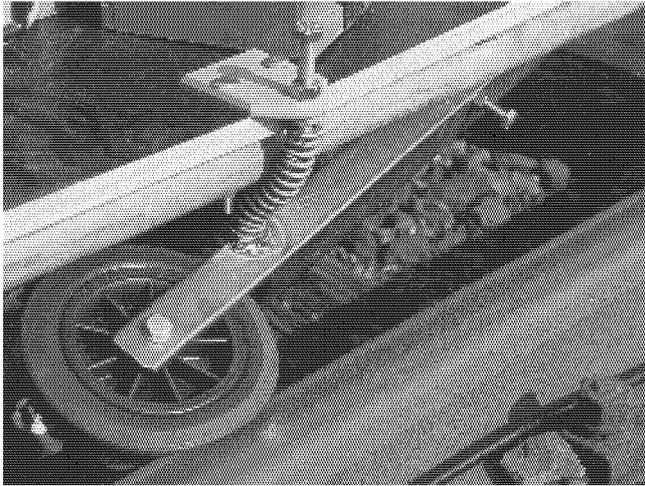


Abb. IV-6 : Meßfahrzeug auf dem Referenzgleis im Eisenbahnmuseum Bochum/Dahlhausen

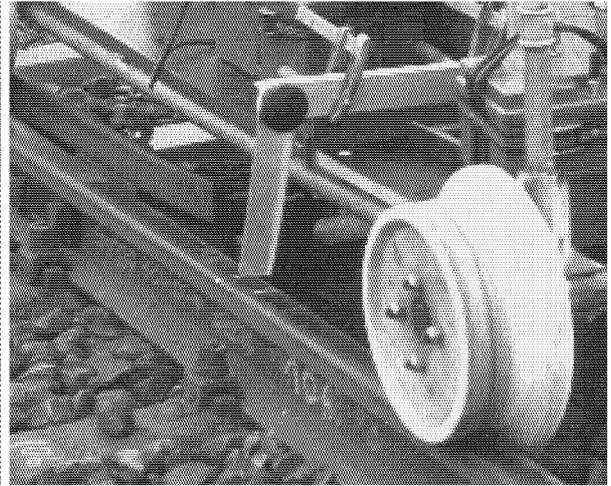
Die *IMU-3L* besteht aus drei Ringlaserkreiseln (RLG) des Typs *GG1342* der Firma *Honeywell* und drei Beschleunigungsmessern des Typs *Q-Flex* der Firma *Sundstrand*, die auf einem gemeinsamen Sensorblock montiert sind. Von der *DMT* wurde das System in einem thermostatisierten Gehäuse untergebracht und mit einem Prozeßrechner ausgestattet.

Die drei RLG *GG1342* (vergleiche Abb. II-12b) besitzen jeweils einen Lichtweg von  $\sim 30 \text{ cm}$  und werden mit Frequenzen im Bereich von  $\sim 500 \text{ Hz}$  „gedithert“. Das „Dithern“ überträgt sich über den Sensorblock auf die *Q-Flex*-Beschleunigungsmesser und verursacht ein erhöhtes Meßrauschen.

Bei den drei *Q-Flex*-Beschleunigungsmessern handelt es sich um in der Ingenieurgeodäsie

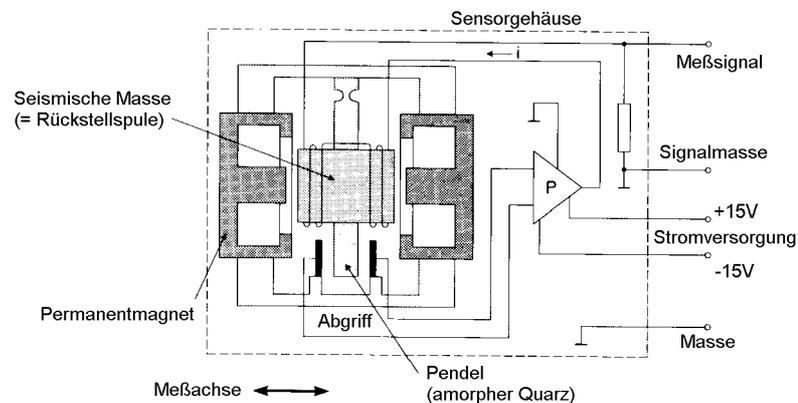


**Abb. IV-7:** Seitlicher Mechanismus mit dem das Testfahrzeug an das gegenüberliegende Gleis gepreßt wurde.



**Abb. IV-8:** Metallzeiger zur Positionierung des Wagens über den Gleispunkten

bekannte Servo-Systeme, die auch in Neigungsmessern (z.B. *ROTlevel*) eingesetzt werden. Im *Q-Flex-Sensor* wird die Position eines mit Kupferlitze ( $\hat{=}$  Spule) umwickelten „Pendels“ aus amorphem Quarz ( $\hat{=}$  seismische Masse) kapazitiv abgegriffen. Bei einer Auslenkung des „Pendels“ unter wirkender Beschleunigung wird dieses mittels des Steuerstroms zwischen zwei Ringmagneten wieder in seine Nullposition zurückgeführt. Eine dem Steuerstrom proportionale Meßspannung wird über einen *A/D-Wandler* dem Prozeßrechner zugeführt und dort in Beschleunigungswerte umgerechnet (Abb. IV-9).



**Abb. IV-9 :** Prinzipieller Aufbau des *Q-Flex-Beschleunigungsmessers* nach [EICHHOLZ et al. 1982]

Alle Daten werden von dem Prozeßrechner an ein angeschlossenes Notebook übergeben und dort zusammen mit einem internen Zeitsignal gespeichert. Optional ist auch eine direkte Speicherung auf einer Registriereinheit möglich. Diese wurde jedoch nicht eingesetzt, da sie keinen direkten Zugriff auf die Meßdaten und somit keine Kontrolle vor Ort erlaubt.

Die Kalibrierung der *IMU-3L* wurde von der *DMT* auf einem dreiachsigen Bewegungssimulator durchgeführt, der über unbegrenzte Winkelfreiheiten (Drehbereich  $> 360^\circ$ ) und eine sehr hohe Auflösung ( $0,0001^\circ$ ) verfügt. Neben den Nullpunktsfehlern und Skalenfaktoren der Beschleunigungs- und Winkelsensoren wurden auch deren Einbau- bzw. Achsenfehler bestimmt. Die Kenngrößen der Bauteile der *IMU-3L* werden in Tabelle IV-1 zusammengefaßt.

Anzahl	Komponente	Genauigkeit	Hersteller
3	RLG „GG1342“	$0,01^\circ/h$ ( <i>Random Drift</i> ) $0,01^\circ/h$ ( <i>Day To Day Drift</i> ) $0,03^\circ/\sqrt{h}$ ( <i>Random Walk</i> )	<i>Honeywell</i>
3	„Q-Flex“	$1 \cdot 10^{-4} m/s^2$ ( <i>Nullpunkt</i> ) $1 \cdot 10^{-6} g/Puls/s$ ( <i>Skalenfaktor</i> ) $1 \cdot 10^{-r} rad$ ( <i>Achsenfehler</i> )	<i>Sundstrand</i>
2	Thermostatisierung	$3 \cdot 10^{-3} ^\circ C$	<i>DMT</i>
1	Prozeßrechner		<i>DMT</i>

**Tab. IV-1:** Komponenten der IMU3-L und deren wichtigsten Kenngrößen

Bei der Bestückung des Meßfahrzeugs mit GPS-Sensoren wurde auf konventionelle Empfänger für den geodätischen Bereich zurückgegriffen. Da im Rahmen dieser Testmessungen auch die Praxistauglichkeit konventioneller Empfänger- und Antennentypen für diese Anwendung überprüft werden sollte, kamen drei verschiedene Systeme der zum Meßzeitpunkt neuesten Gerätegeneration zum Einsatz: Zwei *GePos RD24* der Firma *Zeiss*, ein *Z-XII* von der Firma *Ashtech* und ein *4000SSi* der Firma *Trimble*.

Es sei an dieser Stelle ausdrücklich darauf hingewiesen, daß hier nur zu Testzwecken verschiedene Antennentypen zum Einsatz kamen. Für einen praktischen Einsatz des Systems sollten zur Berücksichtigung der Fehler durch *Variationen des Antennenphasenzentrums* nur Antennen eines Typs verwendet werden. Um diese Fehlereinflüsse klein zu halten und um in der späteren Auswertung Korrekturwerte, wie sie z.B. vom *NGS (National Geodetic*

*Survey*) herausgegeben werden, berücksichtigen zu können, wurden bei den Messungen alle Antennen auf dem Fahrzeug gleichartig ausgerichtet.

Die gemessenen GPS-Daten wurden in den Empfängern selbst gespeichert und erst nach Abschluß der gesamten Messung ausgelesen. Hochfrequente GPS-Sensoren mit Abtastraten von 10 *Hz* oder höher standen für die praktischen Untersuchungen im Zuge dieser Arbeit nicht zur Verfügung.

### IV.2.3 Synchronisation von Inertialsystem und GPS

Ein allgemeines Problem bei dem Aufbau eines hybriden Meßsystems ist die Synchronisation der einzelnen Systemkomponenten. Bei der Konzeption eines hybriden Navigationssystems wird die zeitliche Synchronisation von GPS und INS herkömmlicherweise durch aufwendige Hardwarelösungen realisiert. Zur Durchführung der Testmessungen im Rahmen dieser Arbeit wurden ein bestehendes Inertialmeßsystem und handelsübliche GPS-Empfänger eingesetzt, die als Einzelsysteme konzipiert waren. Da diese Geräte nur teilweise für den Zeitraum der Messungen zur Verfügung standen, hatte ein Eingriff in die Hardware der Systemkomponenten zu unterbleiben. Für die Synchronisation wurde daher eine reine Softwarelösung entwickelt.

Basis dieser Lösung bildet ein sogenanntes *Public Domain Utility* (Softwaremodul zur freien Benutzung für nicht-kommerzielle Anwendungen) einer Routine für die Behandlung serieller Schnittstellen (COM-Ports, RS-232), welches die Steuerung mehrerer COM-Ports eines PCs gleichzeitig als Hintergrundprozesse ermöglicht. Dieser Programmcode arbeitet unter Turbo PASCAL 4.0 und wird als Plattform für diese spezielle Anwendung genutzt. Die Implementierung in das Meßsystem erfolgt mittels eines handelsüblichen Notebooks mit zwei seriellen Schnittstellen, die mit den Systemkomponenten INS und GPS verbunden werden (siehe Abb. IV-10).

Das Programm greift direkt auf die „INTEL 8250 UART“ sowie auf den „INTEL 8259 Interrupt Controller“ zu. Es handelt sich dabei um IBM Standards. Der „Universal Asynchronous Receiver/Transmitter“ (UART) ist eine Schlüsselkomponente des seriellen Kommunikationssystems eines Computers. In einem UART werden die in Bytes vorliegenden Daten in einzelne Bits zerlegt und sequentiell gesendet. Am Zielort werden die einzelnen Bits mittels eines zweiten UART's wieder zu kompletten Bytes zusammengefügt. Bei einem asynchronen Datenaustausch wird die Identifikation der einzelnen Bytes nicht mittels eines gemeinsamen Zeitsignals sondern mit Hilfe zusätzlicher Start- und Stopbits realisiert.

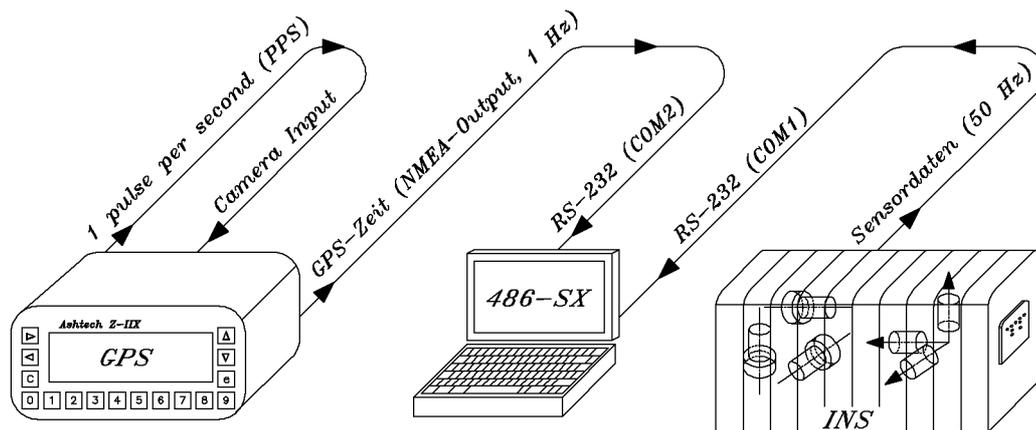


Abb. IV-10 : Prinzipieller Aufbau der Zeitsynchronisation zwischen INS und GPS

Alle Ein-/Ausgabeeinheiten (I/O-Devices) des Computers wie Tastatur, Bildschirm, RS-232-Schnittstellen usw. werden auf dem sogenannten I/O-Bus zusammengefaßt. Neben den notwendigen Adreß- und Datenleitungen enthält dieser I/O-Bus auch 15 Meldeleitungen, die sogenannten Interrupt Request Leitungen (IRQ). Ändert sich der Zustand einer angeschlossenen I/O-Einheit z.B. durch Druck einer Taste der Tastatur, so wird mittels IRQ ein Interrupt-Signal gesendet, das die Zustandsänderung an den Zentralprozessor (CPU - Central Processor Unit) meldet. Bei Eingang des Interrupts unterbricht die CPU laufende Prozesse und springt zu der Behandlungsroutine der jeweiligen I/O-Einheit. Um einen reibungslosen Datenaustausch aller I/O-Einheiten des Computers mit der CPU zu gewährleisten, werden die einzelnen IRQ mittels des sogenannten „Interrupt Controllers“ hierarchisch abgearbeitet.

In IBM PCs belegt der „INTEL 8250 UART“ jeweils acht benachbarte I/O-Port Adressen, die als Port COM1 (Adressen  $0x3f8$  bis  $0x3ff$ ) und Port COM2 (Adressen  $0x2f8$  bis  $0x2ff$ ) definiert sind. Standardmäßig werden dem Port COM1 die Meldeleitung IRQ4 und dem Port COM2 die Meldeleitung IRQ3 zugeordnet. Für eventuell vorhandene weitere COM-Ports existiert keine standardisierte IRQ Zuteilung, was zu Konflikten mit anderer Hardware durch Doppelbelegung führen kann. Für diese spezielle Anwendung wurden daher die standardisierten Ports verwendet.

Mittels der Registrier-Software werden die mit einer Datenrate von 50 Hz von der Laser-IMU gesendeten Sensordaten kontinuierlich über Port COM1 eingelesen und in einer Datei gespeichert. Neben der eigentlichen Registrierung wird von der Software auch die Anzahl der eingegangenen Bytes ermittelt. Der mit der zweiten Schnittstelle COM2 verbundene GPS-Empfänger sendet in einem Abstand von einer Sekunde die aktuelle GPS-Zeit als

kurze Zeichenfolge. Das Vorliegen einer neuen GPS-Zeitmarke an COM2 bewirkt durch den direkten Hardwarezugriff des Registrierprogramms über IRQ3 einen Sprung in ein Unterprogramm, in dem die Anzahl der bis dahin auf COM1 eingegangenen Bytes zusammen mit der GPS-Zeitmarke in einer separaten Datei gespeichert werden. Nach Abschluß der Messung können den einzelnen Zeitmarken der GPS-Zeit in der zweiten Datei über die Anzahl der eingegangenen Bytes in der ersten Datei exakt die jeweiligen Sensordaten der IMU zugeordnet werden. Die GPS-Empfänger untereinander sind standardmäßig über die GPS-Zeit miteinander synchronisiert. Somit ist die Synchronisation mit den direkt in den Empfängern gespeicherten GPS-Daten realisiert.

Der direkte Hardwarezugriff auf die hierarchisch abzuarbeitenden Interrupts erfordert die Verwendung eines Betriebssystems, das nicht *multi-tasking-fähig* ist. Das bedeutet, daß neben dem Registrierprogramm keine weiteren Prozesse im Rechner ablaufen dürfen, um eine Pufferung von Daten und somit einen Zeitverzug zu vermeiden. Diese Voraussetzung wird von dem Betriebssystem DOS erfüllt. Des weiteren ist dafür Sorge zu tragen, daß von dem GPS-Empfänger kontinuierlich Zeitinformationen gesendet werden. Der verwendete ASHTECH Empfänger liefert normalerweise ein lesbares Zeitsignal nur bei Vorliegen einer neuen Positionsschätzung. Eine Schätzung der Position wird aber nur vorgenommen, wenn mindestens vier Satelliten empfangen werden. Um die Vorteile dieses hybriden Systems zu nutzen, sollten auch bei eventuellen Abschattungen (Empfang von nur drei oder weniger Satelliten) Zeitmarken zur Synchronisation vorliegen. Dieses wird erreicht durch Verwendung einer Option für photogrammetrische Anwendungen, dem sogenannten *Camera Input*. Das Auslösen eines Objektiv-Verschlusses einer photogrammetrischen Aufnahmekammer liefert einen Impuls an den *Camera Input*-Eingang des GPS Empfängers, der daraufhin ein aktuelles Zeitsignal über NMEA-Output ausgibt (siehe Abb. IV-10). Durch „Kurzschließen“ des *Camera Inputs* mit dem eigenen PPS-Ausgang („One Pulse per Second“) des GPS-Empfängers wird der Impuls des Objektiv-Verschlusses durch den PPS-Impuls des Empfängers simuliert. Der PPS-Impuls wird beim Empfang von weniger als vier Satelliten von der internen Empfängeruhr, bei mehr als vier Satelliten über die GPS-Zeit gesteuert. Der Empfänger taktet sich somit selbst und liefert kontinuierlich (1 Hz) eine Zeitinformation.

Eine Kalibrierung des beschriebenen Aufbaus im Elektroniklabor des Geodätischen Instituts mittels des Frequenznormals zur Überprüfung elektronischer Distanzmesser ergab eine Standardabweichung einer Zeitmarke zur Synchronisation von  $s_{syn} = 0,05 \dots 0,10 \text{ ms}$ . Bei den zu erwartenden Geschwindigkeiten des manuell zu verfahrenen Testwagens von

10...20 *km/h* liegt die maximale Abweichung in Fahrtrichtung im Submillimeterbereich. Für die Höhen- und die Querkomponente sind die Abweichungen vernachlässigbar klein.

#### IV.2.4 Kalibrierung des Meßfahrzeugs

Da das Fahrzeug für den Transport zerlegt werden konnte, war nach dem Zusammenbau und der Bestückung mit den Meßsystemen eine Kalibrierung vor Ort (auf den Referenzgleisen) vonnöten. Im Rahmen dieser „in situ“-Kalibrierung war der Bezug zwischen dem *Bodysystem* des INS, der Lage und Höhe der GPS-Antennen und dem Referenzgleis herzustellen.

Die Messungen wurden nach dem Prinzip eines *Theodolitmeßsystems* durchgeführt, wie es auch in der Industrievermessung (z.B. im Maschinenbau) eingesetzt wird. Dazu wurde das Meßfahrzeug auf einer ebenen, geraden Stelle des Referenzgleises mit der Handbremse fixiert. Rund um das Fahrzeug wurden Theodolitstandpunkte festgelegt und die Stative mit Zwangszentrierung versehen. Als relevante Punkte auf dem Wagen wurden mit speziellen Zielzeichen für den Nahbereich signalisiert:

- Die DIN-Steckzapfen der GPS-Träger (Punktnr. 1, 2, 3, 4)
- Die Referenzpunkte auf dem Gehäuse der *IMU-3L* (Punktnr. 5, 6, 7)
- Der „Zeigerpunkt“ auf dem Referenzgleis (Punktnr. 55)

Vor und hinter dem Wagen wurden auf den beiden Schienen vier Punkte signalisiert (Nr. 51, 52, 53, 54). Auf dem Wagen wurde das Koordinatensystem derart festgelegt, daß die Abszisse  $x$  durch die Punkte 51 und 54 läuft. Dies entspricht der Referenzschiene, gegen die der Wagen mit seinem Mechanismus gepreßt wird. Rechtwinklig dazu verläuft die Ordinate  $y$  mit dem Nullpunkt in der Achsnabe von Rad 1. Höhenbezug ist die Oberkante der Referenzschiene  $\overline{51 - 54}$ .

Von den Theodolitstandpunkten wurden zu allen Objektpunkten und unbesetzten Standpunkten Richtungen und Zenitdistanzen gemessen (reine Triangulation höchster Genauigkeit). Zur Bestimmung des Maßstabs wurden Streckenmessungen zwischen den Wagenpunkten mit Stahlmeßbändern sowie Basislattenmessungen zwischen den Theodolitstandpunkten durchgeführt. Die Gleisneigung in Fahrtrichtung sowie die Querneigung wurden mit einem Präzisionsnivellier ermittelt. Die Koordinaten wurden im Rahmen einer *zwangsfreien Ausgleichung* berechnet und waren noch um die Gleisneigungen zu reduzieren.

Das Ergebnisprotokoll der „in situ“-Kalibrierung im Eisenbahnmuseum Bochum/Dahlhausen wird in Abbildung IV-11 dargestellt. Die im Rahmen dieser Kalibrierung erreichten Genauigkeiten können nur zum Teil als befriedigend angesehen werden. Auf den Referenzpunkten der *IMU-3L* (Nr. 5, 6, 7) konnten keine speziellen Zielzeichen für den Nahbereich adaptiert werden.

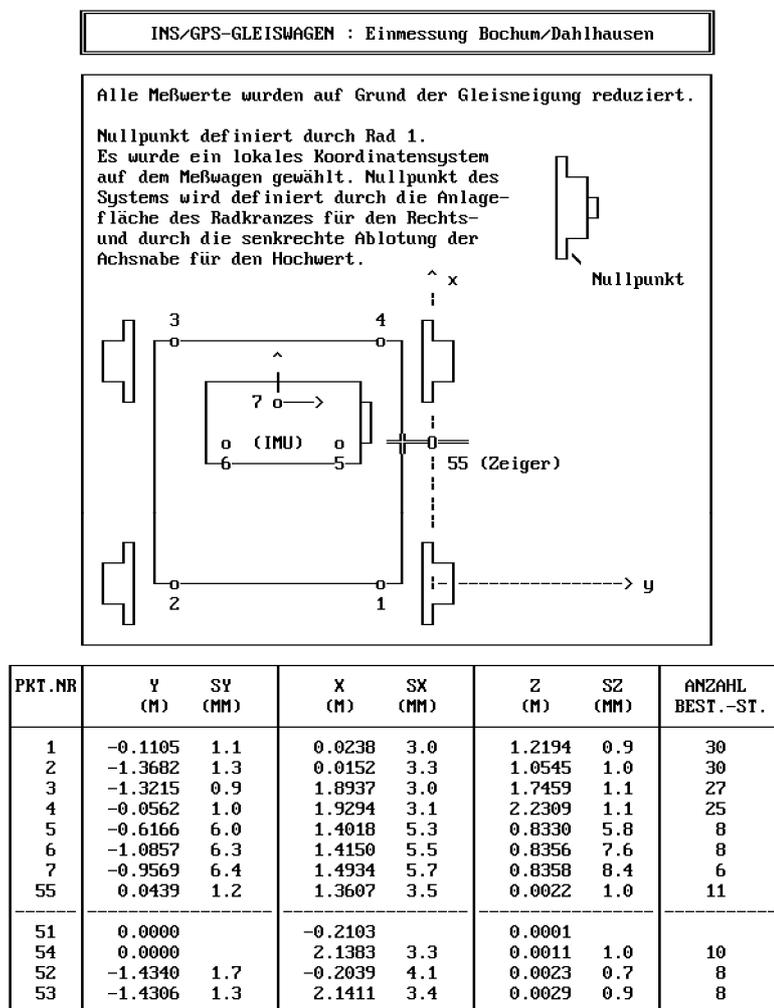


Abb. IV-11 : Ergebnisprotokoll der „in situ“-Kalibrierung des Testfahrzeugs auf den Gleisen. (Nr. 51-54 kennzeichnen Gleispunkte vor bzw. hinter dem Fahrzeug)

Der Höhen- und Lagebezug der Referenzpunkte der *IMU-3L* war durch mechanische Adapter gegeben, die in die Gewindestellen Nr. 5, 6 und 7 eingeschraubt wurden. Da die Labor-Kalibrierung der *IMU-3L* auf dem dreiachsigen Bewegungssimulator unter Verwendung dieser Adapter erfolgte, durften sie nicht ohne weiteres durch andere Zielzeichen ersetzt werden. Diese Adapter waren jedoch für eine mechanische Zentrierung der *IMU-3L* bei einem Einsatz in der Schachtvermessung konzipiert und erwiesen sich als vollkommen

ungeeignete Ziele für die Triangulierungsmessungen. Dieser Sachverhalt läßt sich deutlich am Protokoll der „in situ“-Kalibrierung (Abb. IV–11) ablesen. Für eine angestrebte Systemgenauigkeit im Subzentimeterbereich sind die Standardabweichungen der *IMU*-Punkte eigentlich zu hoch. Für die Durchführung der exemplarischen Testmessungen im Rahmen dieser Arbeit mußten sie jedoch in dieser Form akzeptiert werden.

Für weitere Untersuchungen ist dieses Manko durch die Entwicklung geeigneter Signalisierungen für die *IMU*-Punkte zu beseitigen.

## IV.3 Kinematische Testmessungen

### IV.3.1 Ablauf der praktischen Messungen

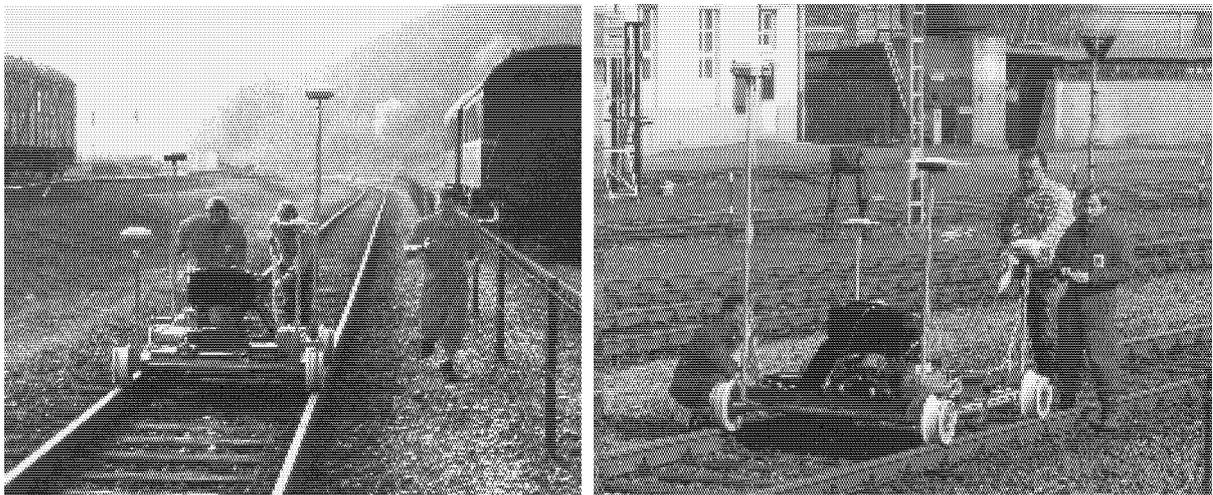
Ausgangspunkt der kinematischen Messungen war ein aus den terrestrischen Messungen koordinatenmäßig bekannter Punkt auf dem Referenzgleis („Körnerpunkt“). Das nach IV.2.2 bestückte Testfahrzeug wurde über diesem vermarkten Startpunkt positioniert und mittels der Bremse fixiert (Abb. IV–8). Auf drei der abseits der Trasse gelegenen „Festpunkte“ wurden die unbewegten GPS-Referenzstationen als *Master*-Stationen eingerichtet.

Vor dem eigentlichen Beginn der kinematischen Messungen, war zunächst die *IMU-3L* mittels der internen Thermostatisierung auf Betriebstemperatur zu bringen. Das Aufheizen der *IMU-3L* sowie die gesamten Messungsvorbereitungen nahmen in etwa 20 *min* in Anspruch. Diese Vorbereitungszeit wurde bereits für GPS-Messungen bei stehendem Fahrzeug genutzt. Sowohl die *Master*-Stationen als auch die *Rover* auf dem Meßfahrzeug zeichneten bereits während der Vorbereitungen an der *IMU-3L* kontinuierlich Daten mit 1 *Hz* auf. Diese „Initialisierungsphase“ des GPS bei unbewegten *Rovern* erleichterte die Mehrdeutigkeitslösung der späteren Auswertung immens.

Nach Erreichen der Betriebstemperatur der *IMU-3L* wurde das Gerät in den Meßmodus geschaltet, so daß die kinematischen Messungen beginnen konnten. Im Meßmodus ist wahlweise ein vollautomatischer (zuvor programmierter) Ablauf oder eine rein manuelle Betriebsart möglich. Die Testmessungen wurden in der manuellen Betriebsart durchgeführt, um nicht an starre Meßabläufe gebunden zu sein. Nur die Länge der sogenannten Stützphasen wurde vorgegeben. Bei laufender Synchronisationssoftware wurden die *IMU*-Messungen durch Knopfdruck gestartet.

Der Meßablauf beginnt mit der ersten Stützphase „S1“. Die dabei registrierten Daten dienen bei der konventionellen Auswertung zur Nordorientierung des Systems und als erster

*ZUPT* zur Bestimmung der Sensordriften. Nachdem das Gerät das Ende der Stützphase anzeigte, begann die Meßphase „MS“. Die Bremse wurde gelöst und das Fahrzeug von zwei Personen im Laufschrift geschoben. Eine dritte Person, die neben dem Fahrzeug herlief, überwachte mit einer Stoppuhr die Dauer der Meßphase, kontrollierte die Anzeigen der *IMU* und führte in einem Feldbuch Protokoll. Kurz bevor die für die Dauer einer Meßphase vereinbarte Zeit ablief, hatte die dritte Person ein Zeichen zu geben, so daß die beiden anderen Personen das Meßfahrzeug auf dem nächsten vermarkten Gleispunkt zum Stehen bringen konnten. Nachdem das Fahrzeug über diesem Punkt mit der Bremse fixiert war, wurde an der *IMU-3L* die nächste Stützphase „S2“ gestartet und das Prozedere begann von vorn. Dieser alternierende Messungsablauf wurde auf dem Endpunkt der Trasse mit einer letzten Stützphase abgeschlossen (Abb. IV–12).



**Abb. IV–12:** Kinematische Testmessungen auf dem Referenzgleis im Eisenbahnmuseum. Meßphasen (linkes Bild) im Wechsel mit Stützphasen (rechtes Bild).

Es wurden insgesamt fünf Versuche (Meßfahrten mit Meßphasen unterschiedlicher Dauer) durchgeführt. Zwischen den einzelnen Versuchen registrierten alle GPS-Empfänger – bis auf einzelne Signalverluste – kontinuierlich die kinematischen Daten, was günstige Voraussetzungen für die spätere GPS-Auswertung ergab. Nach der letzten Testfahrt wurde die Datenregistrierung beendet und das Fahrzeug abgerüstet. Abschluß der Feldarbeiten bildete das Auslesen aller GPS-Empfänger und die Sicherung der *IMU*-Daten.

Die während der Messungen gewonnenen Erfahrungen zeigten, daß das im Rahmen dieser Arbeit konzipierte Meßsystem durchaus praxistauglich ist. Alle Sensoren sowie der automatische Datenfluß funktionierten absolut zuverlässig. Das Testfahrzeug hat sich in dieser Form bewährt, wenn sich auch zeigte, daß der Andruckmechanismus nach Abbildung IV–8

ein Überfahren von Weichen nicht zuließ. Abhilfe schaffte hier eine Konstruktion mittels eines gefederten Spurkranzrades. Größtes Problem während der Messung war das exakte Anhalten des Testfahrzeugs über einem vermarkten Punkt, da der Wagen aufgrund seines Eigengewichts und der zusätzlichen Beladung einen erheblichen Impuls besaß. Diese Problematik war jedoch nach ein wenig Training des Bedienpersonals beherrschbar.

## IV.3.2 Auswertung der Messungen

### IV.3.2.1 Auswertung der kinematischen GPS-Messungen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden umfangreiche praktische Untersuchungen zur Auswertung der kinematischen GPS-Messungen durchgeführt. Es wurden zwei Auswertungen durchgeführt, die zwei grundsätzlich unterschiedliche Philosophien der Mehrdeutigkeitsschätzung realisieren. Das Programmpaket *Geonap*, das am *Institut für Erdmessung* der Universität Hannover für wissenschaftliche Zwecke entwickelt wurde und nun durch die Firma *Geo++* kommerziell vertrieben wird, basiert auf dem Verfahren der *Parameterschätzung undifferenzierter Phasenbeobachtungen*. Im Gegensatz dazu verwendet *GPSurvey* – ein rein kommerzielles Produkt der Firma *Trimble* – das Verfahren der *Parameterelimination durch Differenzbildung* und verarbeitet *differenzierte Phasenbeobachtungen* (II.2.1).

Die *Geonap*-Auswertung sollte ursprünglich im Rahmen einer Diplomarbeit erfolgen. Dabei zeigten sich jedoch Probleme im Datenmaterial, die auf widrige Meßumstände zurückzuführen waren [MAHN 1998]. Die spezielle Lokalität im Eisenbahnmuseum Bochum/Dahlhausen ließ schon während der Messung Mehrwegeeffekte und Abschattungen erwarten. Nicht nur Fahrzeuge auf benachbarten Gleisen, sondern auch ungewöhnlich viele technische Ausstellungsstücke am Rande der Teststrecke führten zu Problemen in der Signalstruktur. Hinzu kamen noch Einflüsse der Oberleitungen auf Parallelgleisen und einer Starkstromleitung über dem Gelände.

Zwar ließen sich die meisten Schwierigkeiten im Rahmen einer Neuauswertung durch den Autor lösen, jedoch zeigte sich hier deutlich, daß die Anwendung einer für wissenschaftliche Zwecke entwickelten Software sehr zeitintensiv ist und einen erfahrenen Auswerter voraussetzt. Für die Auswertung mit *GPSurvey* wurde mit identischem Beobachtungsmaterial nur ein Bruchteil der Zeit benötigt, wobei das mit *GPSurvey* erreichte Genauigkeitsniveau nur unwesentlich schlechter war als das der *Geonap*-Auswertung. Unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten ist daher eindeutig die *GPSurvey*-Lösung zu favorisieren. Da im Rahmen

dieser Arbeit auch die Umsetzbarkeit der hier entwickelten Modelle durch den Aufbau eines praxistauglichen Vermessungs- und Auswertesystems zur Brückenüberwachung erwiesen werden soll, beruhen die weiteren Betrachtungen auf der *GPSurvey*-Lösung.

Zum Zeitpunkt der Messungen war *Selected Availability* eingeschaltet. Daher wurden die Auswertungen trotz der kurzen Stationsabstände mit *präzisen Ephemeriden (IGS)* durchgeführt. Aufgrund der kurzen Entfernungen zwischen den Empfängern führte dies jedoch zu keiner nennenswerten Verbesserung gegenüber den Ergebnissen, die mit *Broadcast-Ephemeriden* erzielt wurden.

Zur Berücksichtigung troposphärischer Fehlereinflüsse wurde das Standardatmosphärenmodell (*Hopfield*) benutzt, welches für die kurzen Stationsentfernungen absolut ausreichend ist.

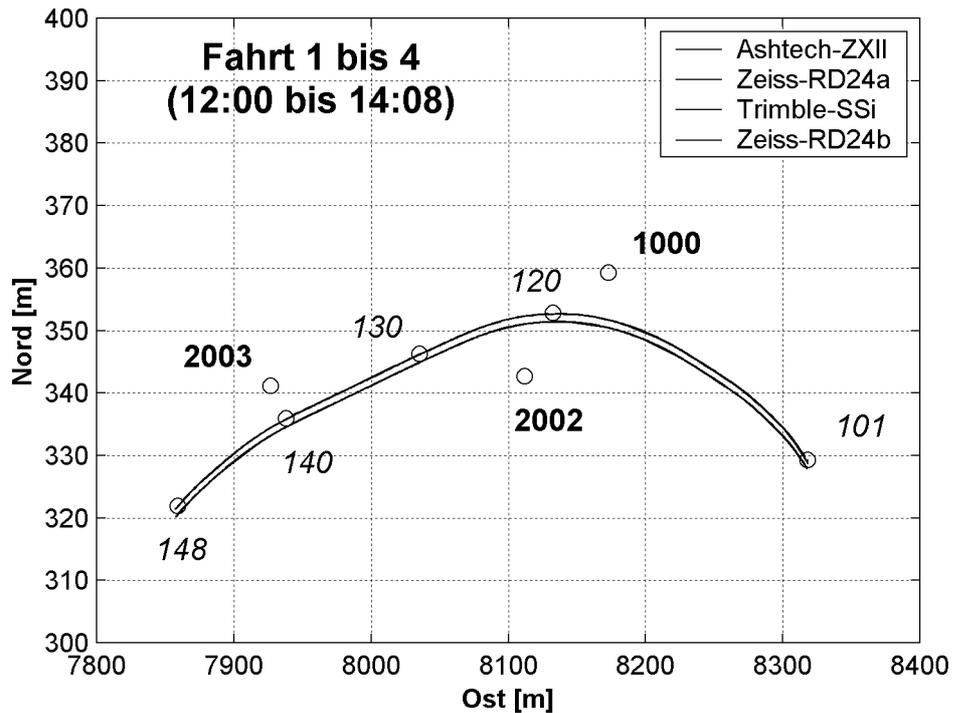
Für die mit *GPSurvey* bestimmten kinematischen Lösungen werden Standardabweichungen in der Größenordnung von  $4 \dots 8 \text{ mm}$  angegeben. Die Residuen der L1-Phasenmessungen liegen – bis auf sehr wenige „Ausreißer“ – standardmäßig unter  $1 \text{ cm}$ ; meistens werden  $0,5 \text{ cm}$  nicht überschritten. Die *DOP*-Werte (*Dilution of Precision*) liegen größtenteils zwischen 1,7 und 2,5. Nur in den oben beschriebenen kritischen Zonen, in denen Antennenabschattungen bzw. Signalreflexionen auftreten, wachsen sie stark an.

Zur Beurteilung des Ergebnisses zeigt Abbildung IV–13 den Lageplott der Meßfahrten 1 bis 4. (Zur besseren Darstellbarkeit wurden unterschiedliche Achsmaßstäbe in den Plotts gewählt.) Es sind keine Ausreißer aufgrund falsch „gefixter“ *Ambiguities* vorhanden.

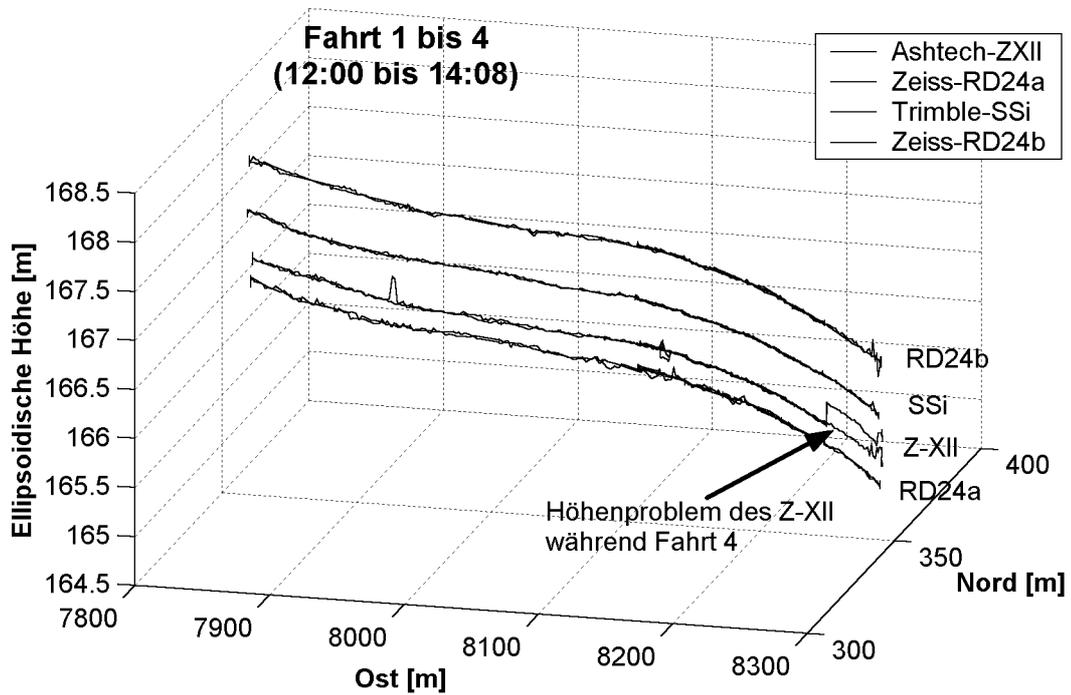
Betrachtet man jedoch auch die Höhenkomponente in der 3D-Darstellung (Abb. IV–14), so wird deutlich, daß sich nicht alle *Multipath-* bzw. *Abschattungseffekte* eliminieren ließen. Für den sehr niedrig aufgebauten *Ashtech Z-XII*-Empfänger konnte in kritischen Zonen keine befriedigende Lösung bestimmt werden.

Dagegen zeigten sich in den unkritischen Bereichen, in denen sich nahe der Trasse weder Sichthindernisse noch reflektierende Flächen befanden, sehr viel bessere Ergebnisse. Diese Situation spiegeln die Bereiche wieder, in denen die Fahrten 1 und 2 (Hin- und Rückfahrt) durchgeführt wurden (Abb. IV–15). Bis auf ein einziges Sichthindernis (Pfeil) entlang der Strecke, hatte der *Z-XII*-Empfänger „freie Sicht“ .

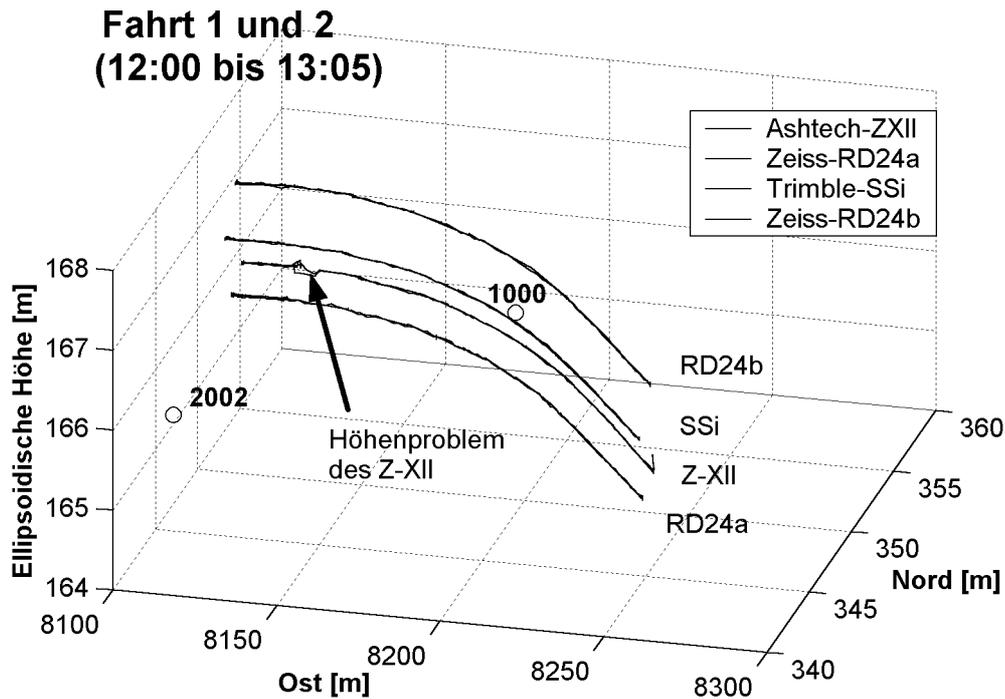
Die *Zeiss RD24*-Empfänger erwiesen sich für den kinematischen Einsatz als nicht geeignet. Zwar können die erzielten Genauigkeiten als befriedigend bezeichnet werden, jedoch ließen sich mit diesen Empfängern keine kontinuierlichen Datenreihen mit  $1 \text{ Hz}$  aufzeichnen.



**Abb. IV-13:** Lageplott der GPS-Messungen auf dem Referenzgleis im Eisenbahnmuseum. Die fettgedruckten Punktnummern bezeichnen die verwendeten Master-Stationen. Kursiv werden Gleispunkte aus den statischen Messungen dargestellt.



**Abb. IV-14:** Dreidimensionale Darstellung der GPS-Messungen auf dem Referenzgleis im Eisenbahnmuseum (Vgl. IV-13). Die niedriger aufgebauten Antennen weisen eine deutlich schlechtere Höhenkomponente auf.



**Abb. IV-15:** Dreidimensionale Darstellung der GPS-Messungen auf dem Referenzgleis in Bereichen minimaler Abschattung bzw. Reflexion.

Es treten wiederholt Sprünge von 3...5 s in den Datenreihen auf. Vereinzelt wachsen diese Datenlücken auf 20 s oder mehr an. Auch Totalausfälle wegen eines „Absturzes“ des internen Rechners waren zu beobachten.

Das beste Resultat erbrachte bei diesen Versuchen der *Trimble SSi*, dessen Antenne ungefähr 2 m über den Gleisen aufgebaut war. Es waren keine Fehler in der Datenstruktur erkennbar.

Die persönlichen Erfahrungen, die der Autor mit dem *Ashtech Z-XII*-Empfänger bei anderen kinematischen Messungen sammeln konnte, waren durchweg positiv. Das Gerät zeigte sonst keinerlei Auffälligkeiten. Daher macht das schlechtere Ergebnis bei dieser Messung deutlich, daß Abschattungen und Reflexionen als genauigkeitsbegrenzende Kriterien bei einem Einsatz an oder auf Bauwerken zu sehen sind. Dies ist insbesondere auf Brücken der Fall, da dort erfahrungsgemäß mit Aufbauten wie Geländern, Masten oder Pylonen zu rechnen ist.

Da die Antennenaufbauten mit zunehmender Höhe zwangsläufig instabil werden, kann jedoch nicht die Empfehlung „so hoch wie möglich“ gegeben werden. Bei dem hier vorgestellten Versuchsaufbau zeigten die entsprechenden Antennenhalterungen ab Höhen von  $i > 2,5$  m ein nicht mehr zu akzeptierendes Schwingverhalten, das sich auch durch mecha-

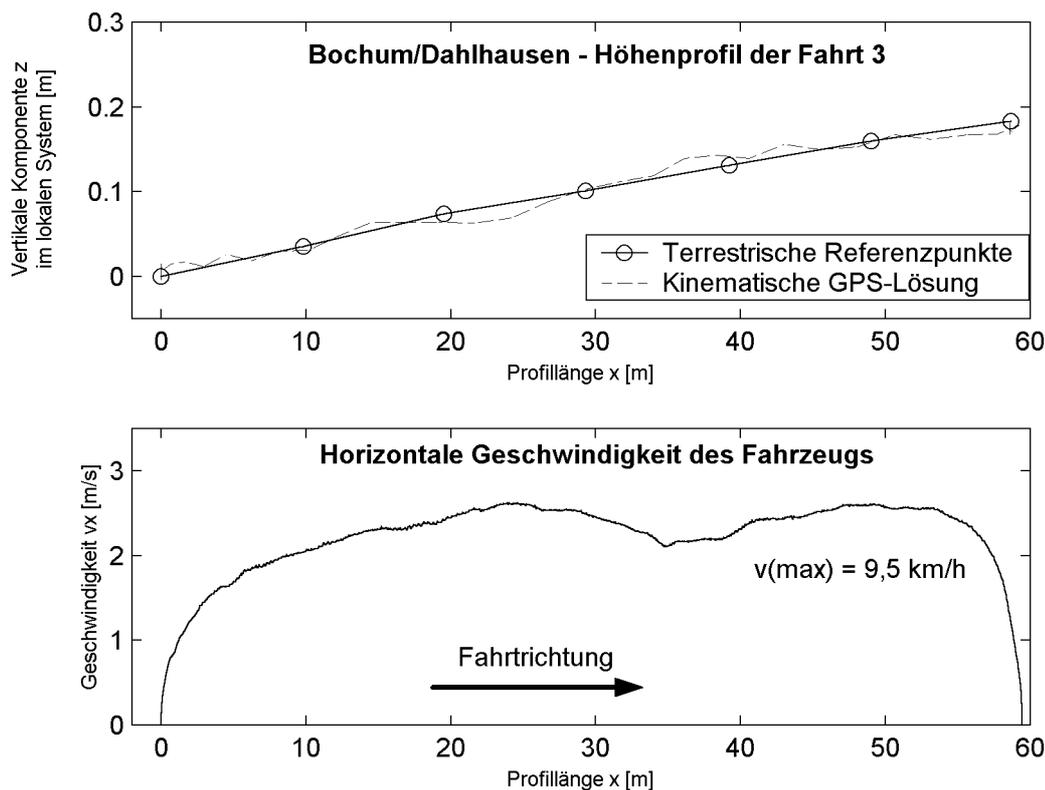
nische Gegenmaßnahmen, wie z.B. Abspannungen, nicht kompensieren ließ. Des weiteren muß bedacht werden, daß bei Messungen auf modernen Gleiskörpern in der Regel auch eine Oberleitung vorhanden ist, von der die GPS-Antennen einen möglichst großen Abstand haben sollten. Die optimale Antennenhöhe ist daher mit entsprechender Erfahrung vor Ort abzuwägen. In diesem Zusammenhang hat sich der hier gewählte Versuchsaufbau mit mehreren Antennen in unterschiedlichen Höhen sehr bewährt.

#### **IV.3.2.2 Auswertung der Inertialmessungen**

Zur INS-Auswertung sowie zur folgenden kombinierten INS/GPS-Auswertung ist zunächst ein geeignetes Koordinatensystem zu definieren. Gewählt wird ein dreidimensionales kartesisches System im Datum des *WGS84*. Der Fundamentalpunkt des Koordinatensystems liegt im Startpunkt der Fahrt. Die positive *z*-Achse weist entlang der Ellipsoidnormalen in Zenitrichtung, die positive *y*-Achse nach Norden und die positive *x*-Achse nach Westen. Bei dieser speziellen Wahl der Achsen des lokalen Systems ergeben sich in Fahrtrichtung des Profils nur positive *x*-Werte. In diesem lokalen System sind die terrestrischen Referenzpunkte der Trasse, die Ergebnisse der kinematischen GPS-Auswertung sowie die inertialen Beobachtungen bereitzustellen.

Für die Auswertung der Messungen mit der *IMU-3L* in dem unter Abschnitt III entwickelten Modell wird ein näherungsweise geradliniges, in Ost-West-Richtung gelagertes Trassenstück einer Meßfahrt ausgewählt, dessen Höhenprofil bestimmt werden soll (Abb. IV–12, linkes Bild). Das Profil hat eine Gesamtlänge von  $\sim 60\text{ m}$  bei einem Höhenunterschied zwischen Anfangs- und Endpunkt von  $\sim 18\text{ cm}$ . Umgerechnet auf eine Brücke entsprächen diese Daten einem Stützweitenverhältnis von 1 : 666. Als terrestrische Referenzdaten liegen für das Profil insgesamt sieben Punkte vor. Der Ablauf der Messungen erfolgte nach dem in IV.3.1 beschriebenen Schema. Das Höhenprofil sowie der Geschwindigkeitsverlauf der Meßfahrt wird in Abbildung IV–16 wiedergegeben.

Die in dieser Arbeit verwendeten Inertialdaten wurden dem Verfasser freundlicherweise von der *DMT* zur Verfügung gestellt. Es handelt sich um abgeleitete Beobachtungen. Zu Beginn der inertialen Messung wurde im Startpunkt des hier dargestellten Höhenprofils eine Nordorientierung und Horizontierung durchgeführt. Nach Angaben der *DMT* liegen demnach die inertialen Beobachtungen in einem dreidimensionalen, horizontierten, nordorientierten Koordinatensystem vor. Die aus Erddrehrate und Transportrate bestehende Nachführdrehrate sowie die Korrektur aufgrund der Coriolisbeschleunigung sind be-



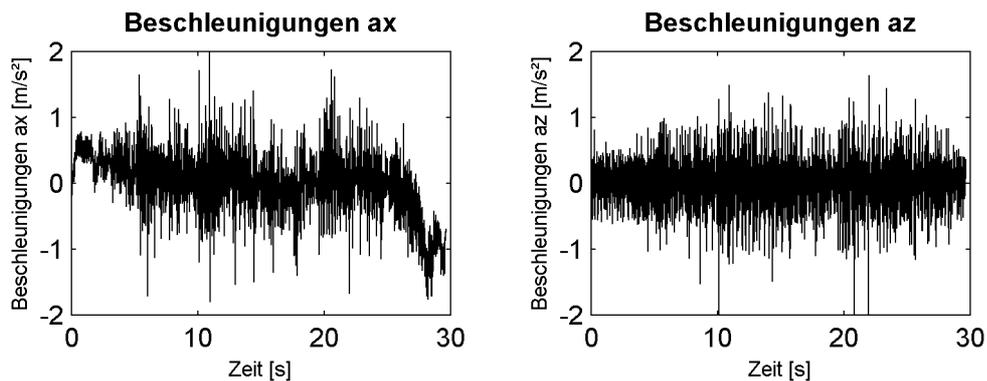
**Abb. IV–16 :** Überhöhte Darstellung des Höhenprofils (oben) sowie der Geschwindigkeitsverlauf der Meßfahrt (unten)

reits berücksichtigt. Die Modellierung des Gravitationseinflusses erfolgte mittels des Normalschwerevektors unter Vernachlässigung eventueller Lotabweichungskomponenten und Schwereanomalien. Die Meßwerte sind nicht driftkorrigiert ([NIESE 1997] / [ALBRECHT et al. 1997]). Die Rohdaten der Messung standen für diese Arbeit nicht zur Verfügung.

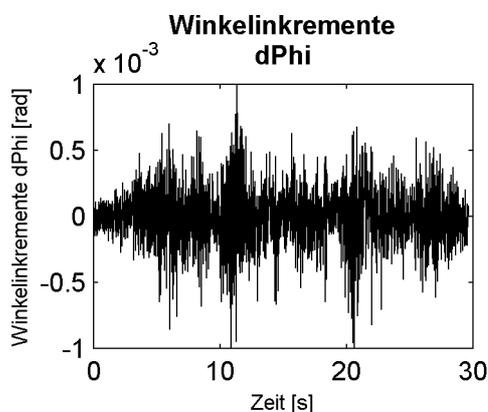
Für die Berechnung des zweidimensionalen Höhenprofils werden die horizontalen und vertikalen Beschleunigungen ( $a_x$  und  $a_z$ ) sowie die Winkelinkremente ( $d\varphi$ ) verwendet (Abb. IV–17a und b).

Vor der Auswertung ist über die notwendigen Näherungswerte zu verfügen. Durch die spezielle Lagerung des Koordinatensystems fallen dessen Ursprung und der Anfangspunkt der Meßfahrt zusammen ( $x_0 = 0$  bzw.  $z_0 = 0$ ). Die Neigungswinkel zu Beginn bzw. zum Abschluß der Fahrt ( $\varphi_{Start}$  bzw.  $\varphi_{Ende}$ ), die im Falle der Brückenvermessung durch die Übergangsbedingung für Durchlaufträger (III.2.1.3–1) gegeben sind, können für diese Testfahrt aus den terrestrischen Referenzpunkten abgeleitet werden.

Unter Nutzung der verfügbaren Näherungswerte kann mit den gegebenen INS-Beobachtungstriplets ( $a_x, a_z, d\varphi$ ) die *zeitfreie Gleichung* (III.3.3.2–4) als Bedingungsgleichung aufgestellt



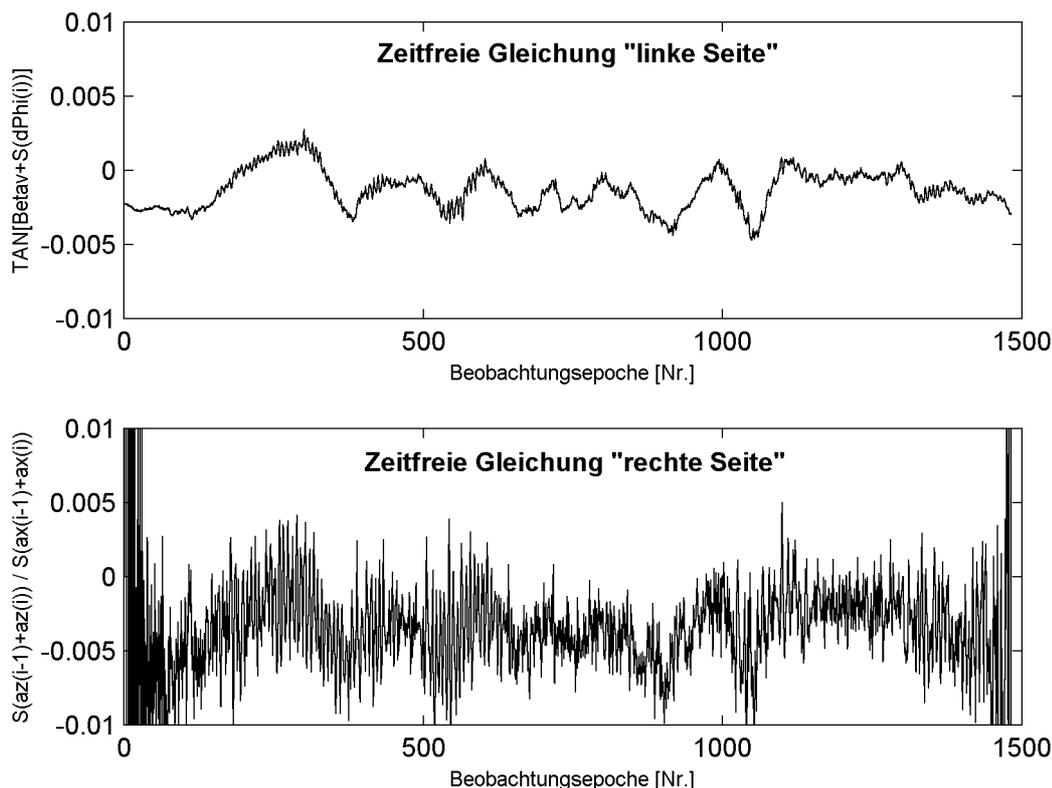
**Abb. IV–17a :** Inertiale Meßgrößen: Abgeleitete Beobachtungen im horizontalen, nordorientierten Koordinatensystem.



**Abb. IV–17b :** Inertiale Meßgrößen: Abgeleitete Beobachtungen im horizontalen, nordorientierten Koordinatensystem.

werden. Abbildung IV–18 zeigt eine Gegenüberstellung der „linken Seite“ der *zeitfreien Gleichung*, die sich aus den Winkelinkrementen nach  $\tan \left[ \varphi_{start} + \sum_{i=1}^t d\varphi(i) \right]$  ergibt, und der „rechten Seite“, die auf dem Quotienten der Beschleunigungen  $\frac{\sum_{i=2}^t [a_z(i-1) + a_z(i)]}{\sum_{i=2}^t [a_x(i-1) + a_x(i)]}$  basiert.

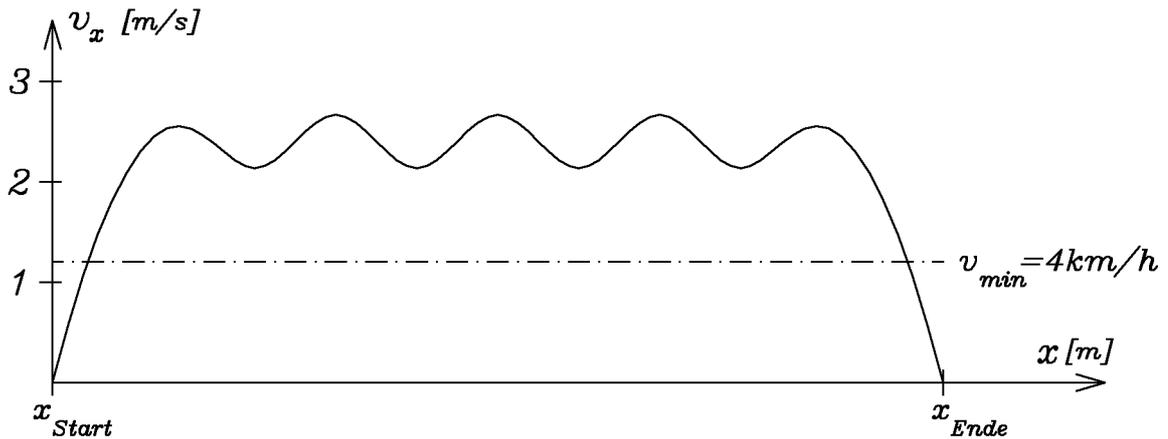
In der unteren Darstellung zeigen sich besonders deutlich die „Schwächezonen“ der *zeitfreien Gleichung* in der Nähe *singulärer Punkte* (hier Start- und Endpunkt der Fahrt). Aus den gemessenen Daten läßt sich der schon durch die Simulationsrechnungen gefundene Grenzwert der Verfahrensgeschwindigkeit von  $\dot{x} < 4 \text{ km/h}$  bestätigen, bis zu dem die *zeitfreie Bedingungsgleichung* nicht durchgreifend ist. Entscheidend ist dieser Effekt nur bei der Ausgleichung ungestützter INS-Daten. In diesem Falle ist die Beschreibung im funktionalen Modell der Ausgleichung eindeutig unzureichend. Wie empirische Untersuchungen mit dem vorliegenden Datenmaterial zeigen, läßt sich diese unzureichende funktionale Model-



**Abb. IV–18 :** Zeitfreie Bedingungsgleichung aufgestellt mit den INS-Beobachtungen der Meßfahrt

lierung im stochastischen Modell berücksichtigen. Durch Einführung erhöhter Varianzen ( $s_{<4 \text{ km/h}}^2 = 10 \cdot s_{>4 \text{ km/h}}^2$ ) für bei horizontalen Geschwindigkeiten  $\dot{x} < 4 \text{ km/h}$  gemessene Größen, verliert dieser Effekt für die Gesamtausgleichung an Bedeutung.

Anhand der vorliegenden Testdaten wird noch eine weitere Problematik deutlich. Das durchfahrene Höhenprofil weist eine nahezu lineare Steigung auf, d.h. es läßt sich mittels einer Geradengleichung beschreiben. Unter der sich ergebenden horizontalen Geschwindigkeitsfunktion führt der lineare Trassenverlauf – im Gegensatz zu den in den Simulationen verwendeten Polynomansätzen – zu einer sehr kleinen Systemdynamik. Das Testfahrzeug erreicht kurz nach dem Start eine Geschwindigkeit von ca.  $9 \text{ km/h}$ , die bis zum Abbremsen am Endpunkt mit nur wenigen Schwankungen beibehalten wird (siehe Abb. IV–16). Die nahezu konstanten Geschwindigkeiten in  $x$ – und  $z$ –Richtung bedeuten jedoch, daß während eines Großteils der Fahrt nur geringe Beschleunigungen auftreten, was zu einem ungünstigen Signal/Rausch-Verhältnis in den Beschleunigungsdaten führt. Schon kleine Geschwindigkeitsschwankungen, wie sie bei der Testfahrt z.B. im Bereich von  $x = 30 \dots 40 \text{ m}$  auftraten (Abb. IV–16), führen zu einem verminderten Rauschen in der *zeitfreien Gleichung*. Daher erscheint es also ratsam, die Systemdynamik durch Vor-



**Abb. IV-19 :** Vorschlag zur Vorgabe eines oszillierenden Geschwindigkeitsverlaufs für die Meßfahrt zur Erhöhung der Systemdynamik

gabe einer *oszillierenden Geschwindigkeitsfunktion*, die den Grenzwert von  $4 \text{ km/h}$  nicht unterschreitet, zu erhöhen (Abb. IV-19).

Das Ergebnis einer Ausgleichung der INS-Beobachtungen auf Basis der *zeitfreien Gleichung* unter Berücksichtigung der *ZUPT*-Bedingung auf Start- und Endpunkt gibt Abbildung IV-20a wieder. Die Fahrt beginnt auf dem bekannten Standpunkt (Koordinatenursprung) und endet ohne Anschluß an einen bekannten Endpunkt. Die Höhendifferenz zwischen dem Endpunkt der Fahrt und dem letzten terrestrischen Referenzpunkt beträgt  $dz_{Ende} = 30 \text{ mm}$ . Die Abweichungen an den übrigen Referenzpunkten erreichen bis zu  $|dz_{j_{max}}| = 25 \text{ mm}$ . Für diesen Fall einer einseitig angeschlossenen Fahrt können offensichtlich die Driften der inertialen Beobachtungen nicht ausreichend kompensiert werden.

Geht man davon aus, daß neben dem Anfangspunkt auch der Endpunkt der Fahrt koordinatenmäßig bekannt ist, was bei Messungen auf Brücken absolut realistisch ist, so lassen sich für die bekannten Koordinatendifferenzen zwei zusätzliche Bedingungsgleichungen nach (III.3.3.2-11b) und (III.3.3.2-12b) einführen. Eine dritte zusätzliche Bedingung ergibt sich dann für die Winkelsummen (III.3.3.2-10). Das Ergebnis für diesen leicht modifizierten Ansatz wird in Abbildung IV-20b dargestellt. Die maximale Höhendifferenz zu den terrestrischen Punkten beträgt für diese beidseitig angeschlossene Fahrt  $|dz_{j_{max}}| = 7 \text{ mm}$ . Die graphische Darstellung (Abb. IV-20b) macht deutlich: Das ausgeglichene INS-Profil approximiert den tatsächlichen Höhenverlauf besser als die zum Vergleich dargestellte kinematische Lösung für einen einzelnen Empfänger.

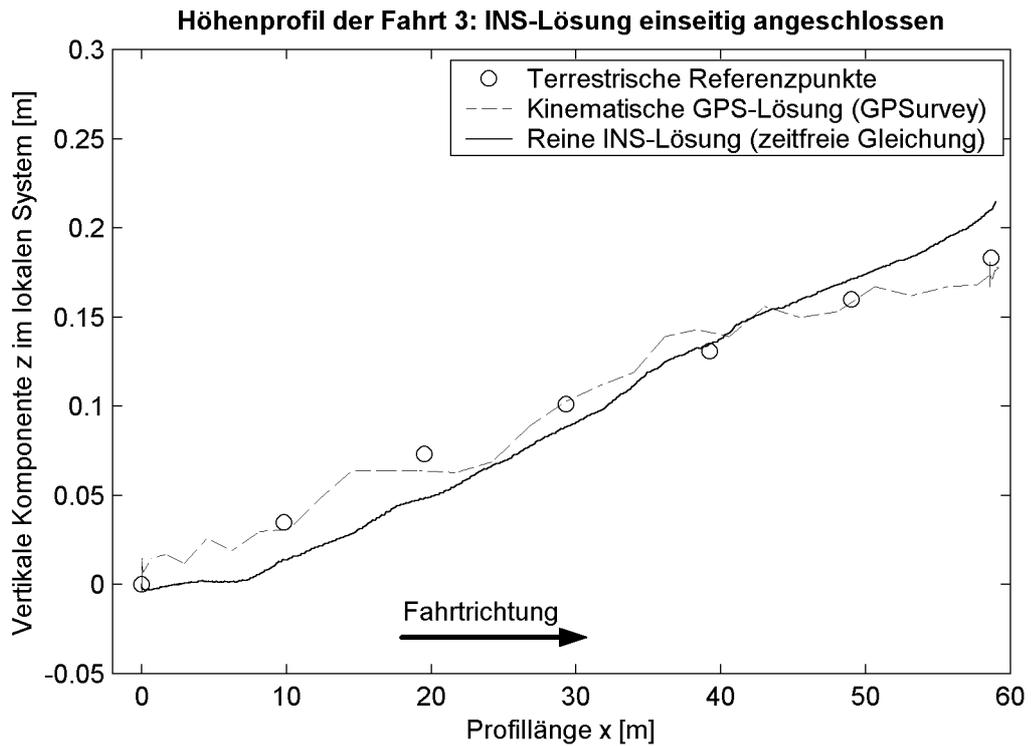


Abb. IV-20a: Ergebnis der INS-Auswertung mittels der zeitfreien Gleichung für eine einseitig angeschlossene Fahrt.

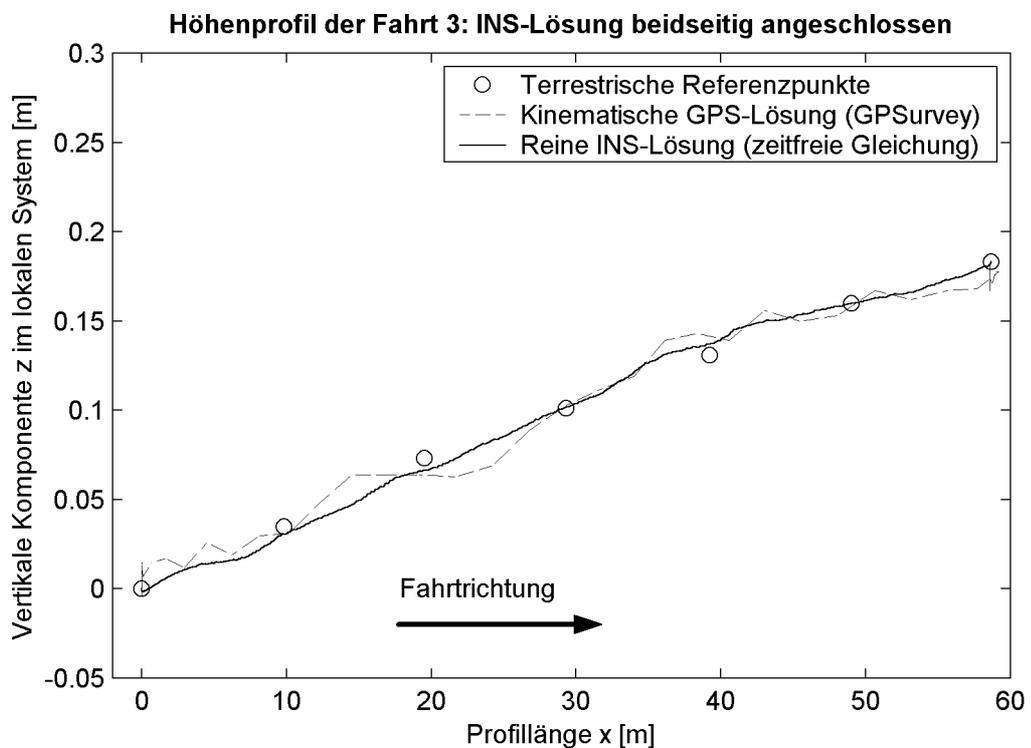


Abb. IV-20b: Ergebnis der INS-Auswertung mittels der zeitfreien Gleichung für eine beidseitig angeschlossene Fahrt.

### IV.3.2.3 Kombinierte INS/GPS-Auswertung

Neben den unter IV.3.2.2 erläuterten Vorarbeiten zur Bereitstellung der Beobachtungsgrößen im lokalen Koordinatensystem sind zur kombinierten Auswertung die INS- und die GPS-Daten zeitlich zu synchronisieren.

Die Dateien der inertialen Beobachtungsdaten enthalten nach dem Preprocessing der *DMT* außer dem INS-Zeitsignal auch noch zu jeder Epoche die Anzahl der Datenbytes der binären Originaldatei. Über diese Anzahl von Bytes kann mittels der während der Messung erzeugten Datei mit den Synchronisationsinformationen (IV.2.3) jede GPS-Messung einer INS-Epoche zugeordnet werden. Die Zeitsynchronisation zeigt für die Meßdaten keine Differenzen zwischen den Zeitskalen des INS und des GPS. Die Anzahl der registrierten INS-Bytes zwischen zwei PPS-Signalen ist konstant.

Leider ist es mit dem vorliegenden Datenmaterial nicht möglich, im Rahmen der Ausgleichung eine Polynomfunktion für die „Biegelinie“ (hier Trassenverlauf) zu schätzen. Der Modellansatz (III.3.3.2) geht von Polynomfunktionen vierten oder höheren Grades aus. Das Höhenprofil der Referenzstrecke zeigt jedoch für den gesamten Trassenverlauf im Eisenbahnmuseum ein lineares Steigungsverhalten an. Der Versuch, das Höhenprofil der terrestrischen Referenzpunkte mittels eines Polynoms zu beschreiben, scheitert. Bereits bei einem quadratischen Ansatz sind nur infinitesimale Koeffizienten zweiter Ordnung zu ermitteln.

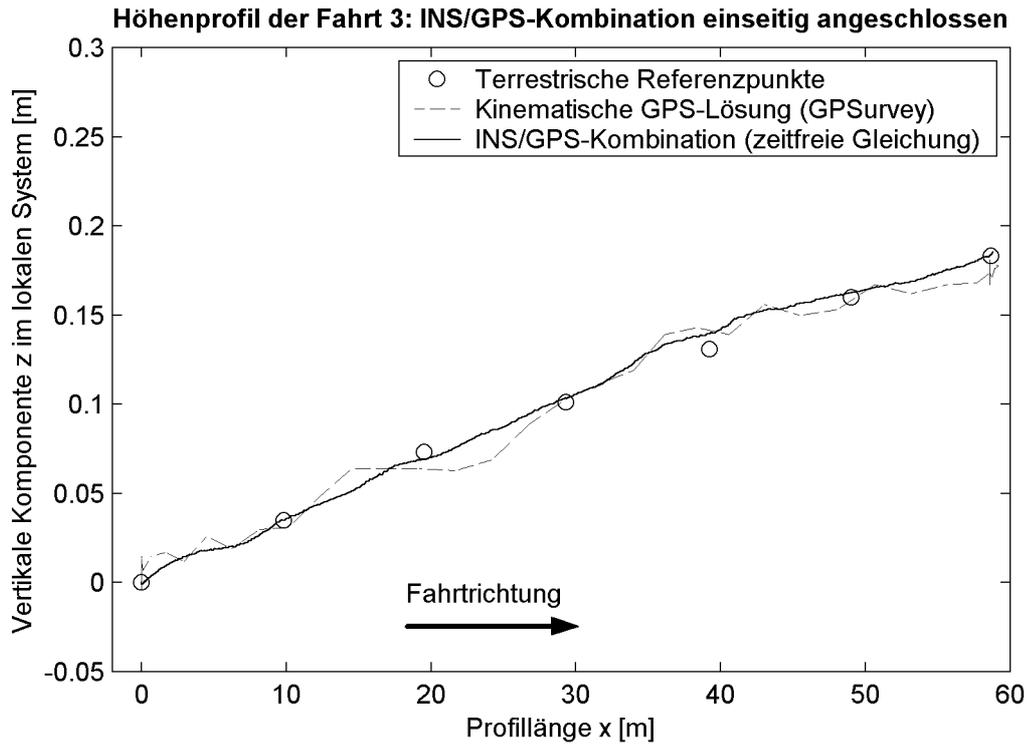
Mit einem linearen Ansatz für den Trassenverlauf lassen sich die Bedingungsgleichungen für simultane INS/GPS-Beobachtungen nach (III.3.3.2–10) nicht sinnvoll aufstellen, da  $\kappa = z''(x) = 0$  ist. Daher werden die kinematisch bestimmten GPS-Koordinaten über die Bedingungen (III.3.3.2–11b) und (III.3.3.2–12b) als Beobachtungen mit Standardabweichungen von  $s_x = 1,0 \text{ cm}$  und  $s_z = 1,5 \text{ cm}$  eingeführt. Jeder kinematisch bestimmte GPS-Punkt bedeutet zwei zusätzliche Bedingungsgleichungen im Kombinationsmodell. Für die Auswertung im kombinierten Modell wird – wie im Modell reiner INS-Daten – eine Fallunterscheidung für eine einseitig angeschlossene und für eine beidseitig angeschlossene Berechnung vorgenommen.

Grundlage für den Fall der einseitig angeschlossenen Fahrt bildet wieder die *zeitfreie Gleichung* unter Berücksichtigung der *ZUPT*-Bedingung auf Start- und Endpunkt. Darüberhinaus bewirkt jede GPS-Beobachtung einen *CUPT* der laufenden Fahrt. Das Ergebnis ist in Abbildung IV-21a dargestellt. Auch ohne Anschluß an den Endpunkt unter Zwang beträgt der abschließende Höhenfehler nur  $dz_{Ende} = 1 \text{ mm}$ . Dies ist aber als

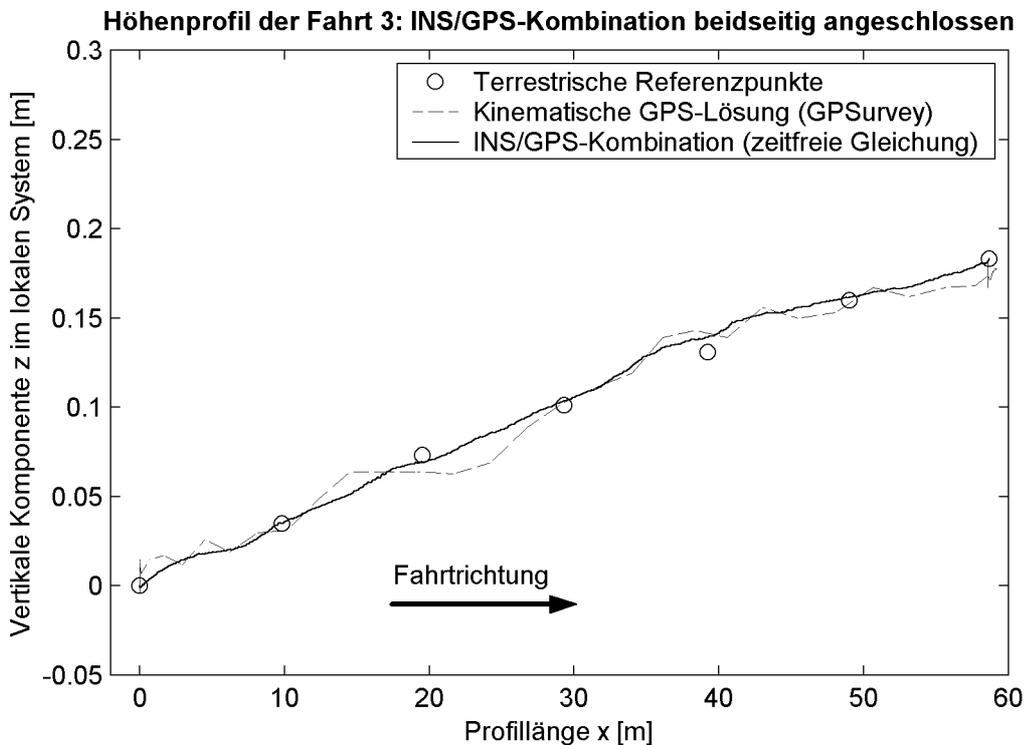
Zufall zu betrachten. In einem Referenzpunkt tritt zwar eine maximale Höhendifferenz von  $|dz_{j_{max}}| = 8 \text{ mm}$  auf, mit einer mittleren Abweichung von  $|\bar{dz}_j| = 3 \dots 4 \text{ mm}$  wird die Trasse jedoch besser approximiert als beim beidseitig angeschlossenen Fall der reinen INS-Auswertung.

Der Vollständigkeit halber wird das Ergebnis für den Fall der beidseitig angeschlossenen Fahrt in Abbildung IV–21b wiedergegeben. In der graphischen Darstellung finden sich nur minimale Veränderungen gegenüber dem einseitig angeschlossenen Fall in Abbildung IV–21a.

Diese sehr gute Ergebnisse werden schon bei der Berücksichtigung nur eines GPS-Empfängers erreicht (*Trimble SSI*). Die Nutzung der kinematischen Lösungen aller vier bewegten Empfänger zur Aufstellung der Bedingungsgleichungen wird das Ergebnis weiter verbessern, zumal sich für die GPS-Empfänger untereinander nochmals zusätzliche Bedingungsgleichungen einführen lassen, wie z.B. die Einführung der Kalibrierdaten nach IV.2.4 als Sollstrecken zwischen den Empfängern.



**Abb. IV-21a:** Ergebnis der kombinierten INS/GPS-Auswertung mittels der zeitfreien Gleichung für eine einseitig angeschlossene Fahrt.



**Abb. IV-21b:** Ergebnis der kombinierten INS/GPS-Auswertung mittels der zeitfreien Gleichung für eine beidseitig angeschlossene Fahrt.

## V Abschließende Betrachtungen

### V.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein neues Modell zur Nutzung von inertialen und satellitengestützten Beobachtungsverfahren zur ingenieurgeodätischen Überwachung von Brückenbauwerken vorgestellt und dessen Umsetzbarkeit anhand von Simulationsrechnungen und exemplarischen Messungen belegt.

Im ersten Abschnitt wird eine Übersicht über die aktuellen Vorschriften und die derzeit gängigen Praktiken bei der geodätischen Überwachung von Brücken einschließlich der relevanten mathematischen Ansätze zur Modellierung des Bauwerksbewegungsverhaltens gegeben. Darauf aufbauend erfolgt die Konzeption eines neuen Meß- und Auswerteverfahrens. Es werden konkrete Vorgaben zur Modellbildung sowie zur meßtechnischen Realisierung entwickelt.

Das zweite Kapitel faßt die notwendigen Grundlagen zur Meßtechnik und Sensorik zusammen. Es gliedert sich in die Bereiche der inertialen Sensorik, der GPS-Technik und der Synchronisation hybrider Meßsysteme. Die Bauformen gebräuchlicher inertialer Sensoren, deren Fehlerbudget und Kalibrierparameter sowie deren Handhabung werden beschrieben. Im Anschluß an die Erläuterung der konventionellen Auswertung inertialer Messungen, die die Definitionen der benötigten Bezugssysteme beinhaltet, folgt ein kurzer Überblick über den Einsatz von Inertialmeßsystemen in der Ingenieurvermessung. Die Betrachtungen zum Bereich „GPS“ beschränken sich auf die für diese Arbeit relevanten Begriffsklärungen kinematischer GPS-Messungen. Neben der allgemeinen Terminologie werden die unterschiedlichen kinematischen Verfahren, die Besonderheiten der Mehrdeutigkeitenbestimmung sowie das Fehlerbudget zu den kinematischen Messungen vorgestellt. Die Zusammenführung der INS- und der GPS-Sensoren zu einem Multisensorsystem wird unter den Gesichtspunkten der räumlichen, der zeitlichen und der auswertetechnischen Synchronisation diskutiert. Für die Konzeption des mathematischen Modells und dessen praktischer Realisierung werden die meßtechnisch relevanten Gesichtspunkte als Vorgaben zusammengefaßt.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf dem dritten Abschnitt, der Aufstellung des neuen ingenieurgeodätischen Modells. Ausgehend von differentialgeometrischen Grundlagen werden zunächst die verschiedenen mathematischen Definitionen und Parametrisierungsformen von Kurven bereitgestellt. In einem zweiten Schritt werden die Theorie der Biegelinie und die daraus abgeleiteten Differentialgleichungen eines Biegeträgers unter den

Gesichtspunkten der geplanten Anwendung diskutiert. Basierend auf diesen Betrachtungen aus Sicht der Mathematik und aus Sicht des Bauingenieurwesens wird das ingenieurgeodätische Modell entwickelt. Nach Definition der Bezugssysteme und Ausgangsgrößen werden geeignete Parametrisierungen für die Biegelinie der Brücke im Geometrie- und im Zeitbereich aufgestellt. Der Übergang vom Zeit- auf den Geometriebereich wird aus dem *Beschleunigungs-Zeit-Zusammenhang* entwickelt. Dieser Parameterübergang, der als Umparametrisierung zu bezeichnen ist, wird zur Aufstellung von Relationen zwischen den im Zeitbereich vorliegenden Beobachtungsgrößen und den im Geometriebereich liegenden Zielgrößen der Biegelinie verwendet. Mit Hilfe der Relationen lassen sich Bedingungsgleichungen zur Parameterschätzung im allgemeinen Ausgleichungsmodell (GAUSS-HELMERT-Modell) finden, die eine Ausgleichung auf Ebene der nicht integrierten Beobachtungen (Beschleunigungen und Winkelinkremente) erlauben. Die Leistungsfähigkeit des neuen Modells wird an umfangreichen Simulationsrechnungen demonstriert. Abschließend werden Möglichkeiten zur Modellerweiterung aufgezeigt. Es lassen sich durch eine adaptive Modellierung nicht nur Korrektionsparameter für die einzelnen Meßsensoren schätzen, sondern es können auch im Sinne der Systemidentifikation Materialparameter des Meßobjekts bzw. äußere Einflußgrößen in den Auswerteprozess integriert werden.

Die Umsetzbarkeit des vorgestellten Modells wird im vierten Abschnitt anhand exemplarischer Messungen auf Gleisen demonstriert. Es folgen Beschreibungen der Anlage einer geeigneten Referenztrasse sowie der Entwicklung eines Testfahrzeugs unter den in den ersten Kapiteln erarbeiteten Anforderungen. In diesem Zusammenhang wird die Erarbeitung notwendiger Detaillösungen dokumentiert. Abschließend werden die exemplarischen Messungen und deren Ergebnisse präsentiert und gewertet.

## V.2 Fazit und Ausblick

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Auswertemodell für inertielle Beobachtungsgrößen basiert – im Gegensatz zu den sonst üblichen sequentiellen Verfahren – auf einem geschlossenen Ausgleichungsansatz. Einen zweiten Unterschied zu den herkömmlichen Verfahren stellt die Tatsache dar, daß sich mit diesem Ansatz die Ausgleichungen direkt auf der Ebene der gemessenen Beschleunigungen und Winkelinkremente durchführen lassen. Erreicht wird dies durch den Ansatz der hier als „zeitfrei“ bezeichneten Gleichung (III.3.3.2-2), die mit kumulativen Summenvektoren überschaubar darzustellen ist. Mit

ihr lassen sich die Berechnungen im *bedingten Ausgleichungsmodell* ohne Integrationen durchführen.

Leider kann nicht vollständig auf Integrationen verzichtet werden. In Gleichung (III.3.3.2–8) muß von der implizit vorhandenen *Beschleunigungs-Zeit-Relation* auf die *Geschwindigkeits-Zeit-Relation* geschlossen werden, da sich der tangential Geschwindigkeitsanteil  $\dot{x}$  nicht eliminieren läßt. Nur in dieser Gleichung, die nur bei Epochen simultaner INS/GPS-Beobachtung benötigt wird, ist die Größe  $a_x$  (als einzige) einmal numerisch zu integrieren. Aus fehlertheoretischer Sicht ist diese einzelne Integration nicht als kritisch zu betrachten, da sich durch die gleichzeitige GPS-Stützung in dieser Meßepoche eine günstige Überbestimmung ergibt. Wollte man dieses Manko beheben, könnte man  $v_x$  durch eine *Tachometer-Stützung* als Beobachtung einführen.

Besonders hervorzuheben ist die Flexibilität des vorgestellten Modells, die sich durch die mögliche adaptive Modellierung ergibt. Durch eine Erweiterung des Parametervektors um Driftparameter für die inertialen Sensoren werden diese durch Nutzung aller Beobachtungen einer Meßfahrt im Rahmen der geschlossenen Ausgleichung bestimmt (*AutoZUPT* bzw. *AutoCUPT*). Dies bedeutet im Vergleich mit der sonst üblichen separaten Driftbestimmung herkömmlicher Verfahren einen echten Fortschritt.

Die Möglichkeit der Adaption von Modellparametern zur Systemidentifikation erfüllt die Forderung, Überwachungsmessungen an Bauwerken nicht als rein geodätisches bzw. rein geometrisches Problem, sondern als integrierten Bestandteil einer interdisziplinären Aufgabe zu betrachten. Die bisher bekannt gewordenen adaptiven Ansätze (z.B. [HEUNECKE 1995]) stützen sich auf die dynamische Betrachtung von Deformationsprozessen, also auf die Beobachtung eines Objekts über mehrere Epochen. Mit dem hier vorgestellten Modell wird es beispielsweise möglich, eine konkrete Belastungsfunktion vorzugeben (z.B. Lastversuch auf einer Brücke) und aus einer statischen Messung direkt den Elastizitätsmodul abzuleiten. Werden in diesem Modell mehrere Messungen (Überfahrten über die Brücke) unter unterschiedlichen Bedingungen (unterschiedliche Einflußfaktoren oder Belastungszustände) einer gemeinsamen Ausgleichung unterzogen, so läßt sich das angesetzte Brückenmodell verifizieren. Selbstverständlich lassen sich so auch sehr viel komplexere Brückenmodelle (z.B. *FEM*) in das hier vorgestellte Modell integrieren. Die zusätzlich bestimmten Größen erlauben eine konkrete physikalische Interpretation.

Die Funktionalität des hier entwickelten Modells wurde – außer durch Simulationsrechnungen – durch exemplarische Messungen auf Gleisen belegt. Dabei hat sich das speziell

konstruierte Testfahrzeug bewährt. Zwar erfolgte der Aufbau des Testwagens mit einfachsten Mitteln, jedoch wurden in diesem Zusammenhang interessante Detaillösungen für die aufgetretenen meßtechnischen Probleme (z.B. die Methode der Zeitsynchronisation) erarbeitet, die sich auch auf andere Problemstellungen übertragen lassen.

Abschließend läßt sich feststellen, daß prinzipiell nichts mehr dagegen spricht, inertielle Meßverfahren als „Standardmeßverfahren“ in der Ingenieurgeodäsie einzusetzen. Mangelnde Rechnerleistung kann heutzutage kein Kriterium mehr sein, rechenintensive Verfahren mit großen Datenmengen nicht zu nutzen, denn die derzeitige technische Entwicklung läßt für die nahe Zukunft immer leistungsfähigere Rechnersysteme erwarten. Das hier vorgestellte Modell, das auf einem Ansatz eines „begleitenden Zweibeins“ an einer Kurve beruht, kann durch den Übergang zum „begleitenden Dreibein“ auch für dreidimensionale Anwendungen erweitert werden. Das derzeitige Hauptdefizit der Inertialtechnik ist die „Unhandlichkeit“ des Meßsystems. Doch auch hier deutet sich durch die Nutzung der „Micromachine-Technology“ eine technische Revolution an. Sobald die sogenannten „Silicon-Accelerometer“ bzw. „Silicon-Gyros“ die geforderten Genauigkeiten erbringen, steht einem breiten Einsatz inertialer Technik in der Ingenieurvermessung nichts mehr im Wege. Dasselbe gilt auch für GPS-Empfänger, bei denen der Trend ebenfalls zur Miniaturisierung geht, um diese in Handys und Armbanduhren zu integrieren. Eine solche Miniatur-INS/GPS-Kombination könnte beispielsweise auf einem fest installierten Miniaturgleis an einem Bauwerk eingesetzt werden. Die Komponenten für Antrieb, Steuerung und Datenübertragung stehen schon heute zur Verfügung. Aus dem Modellbahnbereich, der schon lange nichts mehr mit dem „Spielzeug“ früherer Tage gemein hat, sind geregelte Hochleistungsantriebe bekannt, die über einen Lastausgleich mit eigener Sensorik verfügen. Mit diesen Antrieben ließen sich vorgegebene Geschwindigkeitsfunktionen (Abb. IV-19) sehr genau realisieren. Die Gleise übernehmen die Funktion einer digitalen „Datenbusleitung“. Mit dem der Versorgungsspannung aufmodulierten Digitalsignal im *MOTOROLA II-Format* lassen sich Steuersignale senden (zum Motor oder zu beliebigen Meßgeräten) und Rückmeldungen (z.B. Betriebszustände von beliebigen Meßgeräten) empfangen. Eine Erweiterung des bekannten *MOTOROLA II-Formats* ließe auch die Nutzung des „Gleis-Datenbusses“ zum Empfang der gemessenen Sensordaten am Steuerrechner zu, so daß eine aufwendige Telemetrie entfiel. Der Aufbau eines Meßfahrzeugs, bestückt mit miniaturisierter INS- bzw. GPS-Sensorik und gesteuert durch eine einzelne Person von einem Rechner vor Ort oder über das Internet, brächte grundlegende Veränderungen für den Aufgabenbereich permanenter oder wiederkehrender Überwachungsmessungen.

Die fortschreitenden technischen Entwicklungen auf dem Gebiet der Sensorik eröffnen – in Zusammenhang mit den ständig wachsenden Rechnerleistungen moderner Computersysteme – kaum überschaubare Möglichkeiten zur Nutzung inertialer und satellitengestützter Beobachtungsverfahren in der Ingenieurgeodäsie. Dieses immense Entwicklungspotential gilt es in der Zukunft zu nutzen, wozu die vorliegende Arbeit einen bescheidenen Beitrag leisten möge.

## VI Anhang

### VI.1.1 Differentialquotienten zur bedingten Ausgleichung reiner INS-Messungen (B-Matrix)

Kumulative  
Summenvektoren:

$$S_{a_x(j)} = \sum_{i=2}^j [a_x(i-1) + a_x(i)] \quad S_{a_z(j)} = \sum_{i=2}^j [a_z(i-1) + a_z(i)] \quad S_{d\varphi(j)} = \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^j [d\varphi(i)]$$

$$\begin{matrix} S_{a_x(2)} = [a_x(1) + a_x(2)] \\ S_{a_x(3)} = [a_x(1) + 2a_x(2) + a_x(3)] \\ S_{a_x(4)} = [a_x(1) + 2a_x(2) + 2a_x(3) + a_x(4)] \\ \vdots \\ S_{a_x(j)} = [a_x(1) + 2a_x(2) + 2a_x(3) + \dots + 2a_x(j-1) + a_x(j)] \end{matrix} \quad \begin{matrix} S_{a_z(2)} = [a_z(1) + a_z(2)] \\ S_{a_z(3)} = [a_z(1) + 2a_z(2) + a_z(3)] \\ S_{a_z(4)} = [a_z(1) + 2a_z(2) + 2a_z(3) + a_z(4)] \\ \vdots \\ S_{a_z(j)} = [a_z(1) + 2a_z(2) + 2a_z(3) + \dots + 2a_z(j-1) + a_z(j)] \end{matrix} \quad \begin{matrix} S_{d\varphi(2)} = \beta_{l-1} + [d\varphi(1) + d\varphi(2)] \\ S_{d\varphi(3)} = \beta_{l-1} + [d\varphi(1) + d\varphi(2) + d\varphi(3)] \\ S_{d\varphi(4)} = \beta_{l-1} + [d\varphi(1) + d\varphi(2) + d\varphi(3) + d\varphi(4)] \\ \vdots \\ S_{d\varphi(j)} = \beta_{l-1} + [d\varphi(1) + d\varphi(2) + d\varphi(3) + \dots + d\varphi(j-1) + d\varphi(j)] \end{matrix}$$

	$\partial a_x(1)$	$\partial a_z(1)$	$\partial d\varphi(1)$	$\partial a_x(2)$	$\partial a_z(2)$	$\partial d\varphi(2)$	$\partial a_x(3)$	$\partial a_z(3)$	$\partial d\varphi(3)$	$\dots$	$\partial a_x(k-1)$	$\partial a_z(k-1)$	$\partial d\varphi(k-1)$	$\partial a_x(k)$	$\partial a_z(k)$	$\partial d\varphi(k)$
$\partial \Phi_{A01(1)}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial \Phi_{A02(1)}$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial \Phi_{A03(1)}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial \Phi_A(2)$	$\frac{-S_{a_z(2)}}{S_{a_x(2)}}$	$\frac{1}{S_{a_z(2)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(2)}}$	$\frac{-S_{a_z(2)}}{S_{a_x(2)}}$	$\frac{1}{S_{a_z(2)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(2)}}$	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial \Phi_A(3)$	$\frac{-S_{a_z(3)}}{S_{a_x(3)}}$	$\frac{1}{S_{a_z(3)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(3)}}$	$\frac{-2S_{a_z(3)}}{S_{a_x(3)}}$	$\frac{2}{S_{a_z(3)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(3)}}$	$\frac{-S_{a_z(3)}}{S_{a_x(3)}}$	$\frac{1}{S_{a_z(3)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(3)}}$	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\partial \Phi_A(k-1)$	$\frac{-S_{a_z(k-1)}}{S_{a_x(k-1)}}$	$\frac{1}{S_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(k-1)}}$	$\frac{-2S_{a_z(k-1)}}{S_{a_x(k-1)}}$	$\frac{2}{S_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(k-1)}}$	$\frac{-2S_{a_z(k-1)}}{S_{a_x(k-1)}}$	$\frac{2}{S_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(k-1)}}$	$\dots$	$\frac{-S_{a_z(k-1)}}{S_{a_x(k-1)}}$	1	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(k-1)}}$	0	0	0
$\partial \Phi_{A01(k)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	1	0	0
$\partial \Phi_{A02(k)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	1	0
$\partial \Phi_{A03(k)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	1
$\partial \Phi_C$	0	0	1	0	0	1	0	0	1	$\dots$	0	0	1	0	0	1

**Anmerkung:** Für jede in *singulären Kurvenpunkten* ( $v_x(i) = 0$ ) gemessene Epoche  $i$  ist analog zur ersten bzw. letzten Epoche die Bedingung  $\Phi_{A(i)}$  zu ersetzen durch die drei Stillstandsbedingungen (ZUPT)  $\Phi_{A01(i)} = a_x(i) = 0$ ,  $\Phi_{A02(i)} = a_z(i) = 0$  und  $\Phi_{A03(i)} = d\varphi(i) = 0$ . In dieser Zeile sind außer  $\frac{\partial \Phi_{A01(i)}}{\partial a_x(i)} = 1$ ,  $\frac{\partial \Phi_{A02(i)}}{\partial a_z(i)} = 1$  und  $\frac{\partial \Phi_{A03(i)}}{\partial \varphi(i)} = 1$  alle Elemente zu Null zu setzen.

## VI.1.2 Differentialquotienten zur bedingten Ausgleichung reiner INS-Messungen bei bekannter Anfangsgeschwindigkeit

Für die vorherige Darstellung der Matrix  $\mathbf{B}$  unter VI.1.1 wurden allgemein gültige Bedingungen für den Fall aufgestellt, daß nur INS-Messungen ohne bekannte Anfangsgeschwindigkeit  $v_x(0)$  vorliegen. Für den Sonderfall, daß die Meßfahrt mit der Geschwindigkeit  $\dot{x}(0) = v_x(0) = 0$  beginnt, können die unter VI.1.1 angesetzten Stillstandsgleichungen für die Beschleunigungen  $\Phi_{\mathbf{A01}(i)} = a_x(i) = 0$  bzw.  $\Phi_{\mathbf{A02}(i)} = a_z(i) = 0$  ersetzt werden durch Stillstandsgleichungen für Geschwindigkeiten in der Form  $\Phi_{\mathbf{A01}(i)} = \sum_{j=0}^i a_x(j) \cdot dt = 0$  bzw.  $\Phi_{\mathbf{A02}(i)} = \sum_{j=0}^i a_z(j) \cdot dt = 0$ .

Für jede in *singulären Kurvenpunkten* ( $v_x(i) = 0$ ) gemessene Epoche  $i$  sind nun diese Gleichungen mit der Registrierfrequenz  $dt$  anzusetzen. Die Matrix  $\mathbf{B}$  ergibt sich dann mit folgenden Differentialquotienten:

	$\partial a_x(1)$	$\partial a_z(1)$	$\partial d\varphi(1)$	$\partial a_x(2)$	$\partial a_z(2)$	$\partial d\varphi(2)$	$\partial a_x(3)$	$\partial a_z(3)$	$\partial d\varphi(3)$	$\dots$	$\partial a_x(k-1)$	$\partial a_z(k-1)$	$\partial d\varphi(k-1)$	$\partial a_x(k)$	$\partial a_z(k)$	$\partial d\varphi(k)$
$\partial\Phi_{\mathbf{A01}(1)}$	$dt$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial\Phi_{\mathbf{A02}(1)}$	0	$dt$	0	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial\Phi_{\mathbf{A03}(1)}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial\Phi_{\mathbf{A}(2)}$	$\frac{-S_{a_z(2)}}{S_{a_x(2)}^2}$	$\frac{1}{S_{a_z(2)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(2)}}$	$\frac{-S_{a_z(2)}}{S_{a_x(2)}^2}$	$\frac{1}{S_{a_z(2)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(2)}}$	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial\Phi_{\mathbf{A}(3)}$	$\frac{-S_{a_z(3)}}{S_{a_x(3)}^2}$	$\frac{1}{S_{a_z(3)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(3)}}$	$\frac{-2S_{a_z(3)}}{S_{a_x(3)}^2}$	$\frac{2}{S_{a_z(3)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(3)}}$	$\frac{-S_{a_z(3)}}{S_{a_x(3)}^2}$	$\frac{1}{S_{a_z(3)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(3)}}$	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\partial\Phi_{\mathbf{A}(k-1)}$	$\frac{-S_{a_z(k-1)}}{S_{a_x(k-1)}^2}$	$\frac{1}{S_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(k-1)}}$	$\frac{-2S_{a_z(k-1)}}{S_{a_x(k-1)}^2}$	$\frac{2}{S_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(k-1)}}$	$\frac{-2S_{a_z(k-1)}}{S_{a_x(k-1)}^2}$	$\frac{2}{S_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(k-1)}}$	$\dots$	$\frac{-S_{a_z(k-1)}}{S_{a_x(k-1)}^2}$	$\frac{1}{S_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S_{d\varphi(k-1)}}$	0	0	0
$\partial\Phi_{\mathbf{A01}(k)}$	$dt$	0	0	$dt$	0	0	$dt$	0	0	$\dots$	0	0	0	$dt$	0	0
$\partial\Phi_{\mathbf{A02}(k)}$	0	$dt$	0	0	$dt$	0	0	$dt$	0	$\dots$	0	$dt$	0	0	$dt$	0
$\partial\Phi_{\mathbf{A03}(k)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	1
$\partial\Phi_{\mathbf{C}}$	0	0	1	0	0	1	0	0	1	$\dots$	0	0	1	0	0	1

### VI.1.3 Differentialquotienten zur bedingten Ausgleichung reiner INS-Messungen mit zusätzlichen Randbedingungen

In den vorherigen Darstellung der Matrix  $\mathbf{B}$  unter VI.1.1 und VI.1.2 wurde bereits eine Gleichung vom Typ  $\partial\Phi_{\mathbf{C}}$  für die geometrischen Übergangsbedingungen eingeführt (Summenbedingung für die Winkelinkremente). Wird die Messung auf einem koordinatenmäßig bekannten Punkt abgeschlossen, so sind zwei weitere Bedingungen in der

Form

$$\partial\Phi_{\mathbf{C}\mathbf{x}} = \sum_{j=\text{Start}}^{\text{Ende}} \left[ \frac{1}{2} \cdot (a_x(i-1) + a_x(i)) \cdot dt \right] \cdot dt - (x_{\text{Ende}} - x_{\text{Start}}) \quad \partial\Phi_{\mathbf{C}\mathbf{z}} = \sum_{j=\text{Start}}^{\text{Ende}} \left[ \frac{1}{2} \cdot (a_z(i-1) + a_z(i)) \cdot dt \right] \cdot dt - (x_{\text{Ende}} - x_{\text{Start}})$$

hinzuzufügen. Die Darstellung erfolgt mittels der bekannten kumulative Summenvektoren:

$$S_{a_x(j)} = \underbrace{\sum_{i=2}^j [a_x(i-1) + a_x(i)]}_{\begin{matrix} S_{a_x(2)} = [a_x(1) + a_x(2)] \\ S_{a_x(3)} = [a_x(1) + 2a_x(2) + a_x(3)] \\ S_{a_x(4)} = [a_x(1) + 2a_x(2) + 2a_x(3) + a_x(4)] \\ \vdots \\ S_{a_x(j)} = [a_x(1) + 2a_x(2) + 2a_x(3) + \dots + 2a_x(j-1) + a_x(j)] \end{matrix}}$$

$$S_{a_z(j)} = \underbrace{\sum_{i=2}^j [a_z(i-1) + a_z(i)]}_{\begin{matrix} S_{a_z(2)} = [a_z(1) + a_z(2)] \\ S_{a_z(3)} = [a_z(1) + 2a_z(2) + a_z(3)] \\ S_{a_z(4)} = [a_z(1) + 2a_z(2) + 2a_z(3) + a_z(4)] \\ \vdots \\ S_{a_z(j)} = [a_z(1) + 2a_z(2) + 2a_z(3) + \dots + 2a_z(j-1) + a_z(j)] \end{matrix}}$$

	$\partial a_x(1)$	$\partial a_z(1)$	$\partial a_x(2)$	$\partial a_z(2)$	$\partial a_x(3)$	$\partial a_z(3)$	$\partial d\varphi(3)$	$\dots$	$\partial a_x(k-1)$	$\partial a_z(k-1)$	$\partial d\varphi(k-1)$	$\partial a_x(k)$	$\partial a_z(k)$	$\partial d\varphi(k)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\partial\Phi_{\mathbf{C}\mathbf{1}}$	0	1	0	1	0	0	1	$\dots$	0	0	1	0	0	1
$\partial\Phi_{\mathbf{C}\mathbf{x}}$	$k \cdot dt^2$	0	$(k-1) \cdot dt^2$	0	$(k-2) \cdot dt^2$	0	0	$\dots$	$2 \cdot dt^2$	0	0	$dt^2$	0	0
$\partial\Phi_{\mathbf{C}\mathbf{z}}$	0	$k \cdot dt^2$	0	$(k-1) \cdot dt^2$	0	$(k-2) \cdot dt^2$	0	$\dots$	0	$2 \cdot dt^2$	0	0	$dt^2$	0

**Anmerkung:** Werden statt fehlerfreier Koordinaten eines Abschlusspunktes beobachtete GPS-Koordinaten in einer beliebigen Epoche  $j$  eingeführt (*AutoCUP*T), so sind die Differentialquotienten analog zu bilden. Selbstverständlich ist die Matrix  $\mathbf{B}$  für die beobachteten GPS-Koordinaten um die entsprechenden Spaltenzahl zu ergänzen. Die partiellen Ableitungen für die beobachteten GPS-Koordinaten in der Zeile  $j$  sind  $\frac{\partial\Phi_{\mathbf{C}\mathbf{x}(j)}}{\partial x_{GPS}(j)} = 1$  bzw.  $\frac{\partial\Phi_{\mathbf{C}\mathbf{z}(j)}}{\partial z_{GPS}(j)} = 1$

## VI Anhang

### VI.2 Differentialquotienten zum adaptiven Ausgleichungsmodell zur Schätzung von Driftparametern

Driftkorrigierte  
Kumulative Summenvektoren:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}^*_{a_x(j)} &= \sum_{i=2}^j [a_x(i-1) + \dot{\mathcal{D}}_{a_x}(i-1) + a_{\varphi}(i) + \dot{\mathcal{D}}_{a_x}(i)] \\
 &\underbrace{\begin{aligned}
 \mathbf{S}^*_{a_x(2)} &= [a_x(1) + \dot{\mathcal{P}}_{a_x}(1) + a_x(2) + \dot{\mathcal{P}}_{a_x}(2)] \\
 \mathbf{S}^*_{a_x(3)} &= [a_x(1) + \dot{\mathcal{P}}_{a_x}(1) + 2a_x(2) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_x}(2) + a_x(3) + \dot{\mathcal{P}}_{a_x}(3)] \\
 \mathbf{S}^*_{a_x(4)} &= [a_x(1) + \dot{\mathcal{P}}_{a_x}(1) + 2a_x(2) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_x}(2) + 2a_x(3) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_x}(3) + a_x(4) + \dot{\mathcal{P}}_{a_x}(4)] \\
 &\vdots \\
 \mathbf{S}^*_{a_x(j)} &= [a_x(1) + \dot{\mathcal{P}}_{a_x}(1) + 2a_x(2) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_x}(2) + 2a_x(3) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_x}(3) + \dots + 2a_x(j-1) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_x}(j-1) + a_x(j) + \dot{\mathcal{P}}_{a_x}(j)]
 \end{aligned}} \\
 \\
 \mathbf{S}^*_{a_z(i)} &= \sum_{k=2}^j [a_z(i-1) + \dot{\mathcal{D}}_{a_z}(i-1) + a_z(i) + \dot{\mathcal{D}}_{a_z}(i)] \\
 &\underbrace{\begin{aligned}
 \mathbf{S}^*_{a_z(2)} &= [a_z(1) + \dot{\mathcal{P}}_{a_z}(1) + a_z(2) + \dot{\mathcal{P}}_{a_z}(2)] \\
 \mathbf{S}^*_{a_z(3)} &= [a_z(1) + \dot{\mathcal{P}}_{a_z}(1) + 2a_z(2) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_z}(2) + a_z(3) + \dot{\mathcal{P}}_{a_z}(3)] \\
 \mathbf{S}^*_{a_z(4)} &= [a_z(1) + \dot{\mathcal{P}}_{a_z}(1) + 2a_z(2) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_z}(2) + 2a_z(3) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_z}(3) + a_z(4) + \dot{\mathcal{P}}_{a_z}(4)] \\
 &\vdots \\
 \mathbf{S}^*_{a_z(j)} &= [a_z(1) + \dot{\mathcal{P}}_{a_z}(1) + 2a_z(2) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_z}(2) + 2a_z(3) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_z}(3) + \dots + 2a_z(j-1) + 2\dot{\mathcal{P}}_{a_z}(j-1) + a_z(j) + \dot{\mathcal{P}}_{a_z}(j)]
 \end{aligned}} \\
 \\
 \mathbf{S}^*_{d_\varphi(j)} &= \beta_{l-1} + \sum_{i=1}^j [d_\varphi(i) + \dot{\mathcal{D}}_{d_\varphi}(i)] \\
 &\underbrace{\begin{aligned}
 \mathbf{S}^*_{d_\varphi(2)} &= \beta_{l-1} + [d_\varphi(1) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(1) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(1) + d_\varphi(2) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(2)] \\
 \mathbf{S}^*_{d_\varphi(3)} &= \beta_{l-1} + [d_\varphi(1) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(1) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(1) + d_\varphi(2) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(2) + d_\varphi(3) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(3)] \\
 \mathbf{S}^*_{d_\varphi(4)} &= \beta_{l-1} + [d_\varphi(1) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(1) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(1) + d_\varphi(2) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(2) + d_\varphi(3) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(3) + d_\varphi(4) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(4)] \\
 &\vdots \\
 \mathbf{S}^*_{d_\varphi(j)} &= \beta_{l-1} + [d_\varphi(1) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(1) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(1) + d_\varphi(2) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(2) + d_\varphi(3) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(3) + \dots + d_\varphi(j-1) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(j-1) + d_\varphi(j) + \dot{\mathcal{P}}_{d_\varphi}(j)]
 \end{aligned}}
 \end{aligned}$$

Durch Substitution mit den driftkorrigierten kumulativen Summenvektoren ergibt sich analog zu VI.1.1:

	$\partial a_x(1)$	$\partial a_z(1)$	$\partial d\varphi(1)$	$\partial a_x(2)$	$\partial a_z(2)$	$\partial d\varphi(2)$	$\dots$	$\partial a_x(k-1)$	$\partial a_z(k-1)$	$\partial d\varphi(k-1)$	$\partial a_x(k)$	$\partial a_z(k)$	$\partial d\varphi(k)$
$\partial\Phi_{A01}(1)$	1	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial\Phi_{A02}(1)$	0	1	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial\Phi_{A03}(1)$	0	0	1	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial\Phi_A(2)$	$\frac{-S^*_{a_z(2)}}{S^{*2}_{a_x(2)}}$	$\frac{1}{S^*_{a_z(2)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S^* d\varphi(2)}$	$\frac{-S^*_{a_z(2)}}{S^2_{a_x(2)}}$	$\frac{1}{S^*_{a_z(2)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S^* d\varphi(2)}$	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\partial\Phi_A(3)$	$\frac{-S^*_{a_z(3)}}{S^{*2}_{a_x(3)}}$	$\frac{1}{S^*_{a_z(3)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S^* d\varphi(3)}$	$\frac{-2S^*_{a_z(3)}}{S^2_{a_x(3)}}$	$\frac{2}{S^*_{a_z(3)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S^* d\varphi(3)}$	$\dots$	0	0	0	0	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\partial\Phi_A(k-1)$	$\frac{-S^*_{a_z(k-1)}}{S^{*2}_{a_x(k-1)}}$	$\frac{1}{S^*_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S^* d\varphi(k-1)}$	$\frac{-2S^*_{a_z(k-1)}}{S^2_{a_x(k-1)}}$	$\frac{2}{S^*_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S^* d\varphi(k-1)}$	$\dots$	$\frac{-S^*_{a_z(k-1)}}{S^{*2}_{a_x(k-1)}}$	$\frac{1}{S^*_{a_z(k-1)}}$	$\frac{-1}{\cos^2 S^* d\varphi(k-1)}$	0	0	0
$\partial\Phi_{A01}(k)$	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	1	0	0
$\partial\Phi_{A02}(k)$	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	1	0
$\partial\Phi_{A03}(k)$	0	0	0	0	0	0	$\dots$	0	0	0	0	0	1
$\partial\Phi_C$	0	0	1	0	0	1	$\dots$	0	0	1	0	0	1

**Anmerkung:** Die Differentialquotienten zur Einführung zusätzlicher Randbedingungen sind analog zu bilden.

## VII Literaturverzeichnis

- [ALBRECHT et al. 1997] Albrecht, M., Niese, J., Schäpe, V., Dahlhaus, N.: *Entwicklung von einachsigen Trägheitsmodulen für die kontinuierliche Strebvermessung*. Forschungsbericht 7220/AF/159 – Technische Forschung Kohle (Deutsche Montan Technologie / Ruhrkohle A.G.), Essen, 1997
- [BÄHR et al. 1975] Bähr, H.-G., Richter, R.: *Über die Wahl von a-priori-Korrelationen*. Zeitschrift für Vermessungswesen 100, S.180-188, 1975
- [BAST 1980] *Vermessungstechnische Kontrollen im Rahmen der Überwachung und Prüfung von Strassen- und Wegbrücken nach DIN 1076, Schlußbericht der Projektgruppe VK 1076*. Köln, Juni 1980
- [BAST 1984] *Vermessungstechnische Kontrollen im Rahmen der Überwachung und Prüfung von Strassen- und Wegbrücken nach DIN 1076, Ergänzungsbericht der Projektgruppe VK 1076*. Bergisch Gladbach, Dezember 1984
- [BÄUMKER 1996] Bäumker, M.: *Beschreibung des PC-Programms zur Hybridnavigation (AHRS/GPS) AG-IfE*. Bedienungsanleitung zur Software für das LCR-88, Version für das IfE Hannover, nicht veröffentlicht, 1996
- [BOCHMANN 1981] Bochmann, F.: *Statik im Bauwesen*. 13. Auflage, Frankfurt am Main und Basel, 1981
- [BRONSTEIN-SEMENDJAJEF 1985] Bronstein, I.N., Semendjajew, K.A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Leipzig/Moskau, 1985
- [BUITKAMP1984] Buitkamp, H.: *Modelle für geodätische Anwendungen der Trägheitsnavigation mit besonderer Berücksichtigung von Schachtvermessungen*. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 306, München 1984
- [COORS 1997] Coors, S.: *Untersuchungen zur GPS-Antennenkalibrierung am Beispiel des „GePos RD24“*. Diplomarbeit Nr. 1475, unveröffentlicht, Universität Hannover, 1997
- [DIN 1076] *Ingenieurbauwerke im Zuge von Straßen und Wegen, Überwachung und Prüfung*. 1983
- [DIN 4107] *Setzungsbeobachtungen an entstehenden und fertigen Bauwerken*. 1978
- [DMITRIEV et al. 1995] Dmitriev, S., Rivkin, B., Shepel, S., Linkwitz, K.: *A New Simulation Program for Evaluation of the Inertial Geodetic Systems Potential Accuracy*. In: Linkwitz, K., Hangleiter, U. (Hrsg.): *High Precision Navigation 95*. Proceedings of the 3rd International Workshop on High Precision Navigation in Stuttgart, Germany, April 1995
- [EICHHOLZ et al. 1982] Eichholz, K., Schäfler, R.: *Zur Dynamik elektronischer Neigungsmesser*. AVN Nr. 89, 1982

- [EISSFELLER 1989] Eissfeller, B.: *Analyse einer geodätischen raumstabilisierten Inertialplattform und Integration mit GPS*. Schriftenreihe des Studienganges Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, 1989
- [FARKAS-JANDL 1986] Farkas-Jandl, T.: *Einführung in die Inertialvermessung*. Karlsruhe, 1986
- [FOPPE et al. 1994] Foppe, K., Pelzer, H., Adler, R., Melzer, Y.: *Geodetic Monitoring of Recent Crustal Activity Along the Dead Sea Jordan Rift*. Proceedings zum Perelmuter Workshop on Dynamic Deformation Models, 29. August bis 1. September, Technion Institute of Technology, Haifa, Israel, 1994
- [GPA 1993] Gesellschaft für Prozeßautomatisierung: *ARINC-429 Master PC-Interface Users Guide „A429MPC“*. Betriebsanleitung, Document No.: A249MPCU.DOC, Rev. 1.000, 1993
- [GRÉTILLAT 1998] Grétilat, F.: *Silicon Micromachined Vibrating Gyroscopes with Piezoresistive Detection and Electromagnetic Excitation*. Promotionsschrift an der Universität von Neuchâtel, Schweiz, 1998
- [HEISTER et al. 1997] Heister, H., Hollmann, R., Lang, M.: *Multipath-Einfluß bei GPS-Phasenmessungen – Auswirkungen und Konsequenzen für praktische Messungen*. AVN, 1997
- [HEUNECKE 1989] Heunecke, O.: *Untersuchungen zur praktischen Anwendung der KALMAN-Filtertechnik in der kinematischen Deformationsanalyse*. Diplomarbeit Nr. 1179, unveröffentlicht, Universität Hannover, 1989
- [HEUNECKE et al.1993] Heunecke, O., Pelzer, H., Pfeufer, A., Willgalis, S.: *Comparative Investigations of Dynamic Deformation Models*. Proceedings zum 7th International FIG Symposium on Deformation Measurements together with 6th Canadian Symposium on Mining Surveying, Banff, Kanada, 1993
- [HEUNECKE 1995] Heunecke, O.: *Zur Identifikation und Verifikation von Deformationsprozessen mittels adaptiver KALMAN-Filterung (Hannoversches Filter)*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover N. 208, Hannover, 1995
- [HEUNECKE 2000] Heunecke, O.: *Ingenieurgeodätische Beiträge zur Überwachung von Bauwerken*. Proceedings zur 6. Tagung über dynamische Probleme – Modellierung und Wirklichkeit – am Curt-Risch-Institut der Universität Hannover vom 5.-6. Oktober 2000, Hannover, 2000
- [HOFMAN-WELLENHOF et al. 1994] Hofman-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., Collins, J.: *GPS — Theory and Practice*. Wien/New York, 1994
- [KELLER 1988] Keller, D.: *Some Experiences with the LTN-72 Aircraft Platform in Terrestrial Applications*. In: Linkwitz, K., Hangleiter, U. (Hrsg.): *High Precision Navigation*, Proceedings of an International Workshop Organized by the SFB 228, Stuttgart and Altensteig, May 1988

- [KELLER 1991] Keller, D.: *Aufbau eines geodätischen Strapdown Inertialsystems zur Punktbestimmung*. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften : Reihe C, Nr. 367, Darmstadt, 1991.
- [KNÖPFERLE et al. 1991] Knöpferle, A., Petzoldt, R.: *An Experimental Inertial Navigation System*. In: Linkwitz, K., Hangleiter, U. (Hrsg.): *High Precision Navigation 91*, Proceedings of the 2nd International Workshop on High Precision Navigation in Stuttgart and Freudenstadt/Germany, November 1991
- [KUCHLING 1986] Kuchling, H.: *Taschenbuch der Physik*. Thun/Frankfurt a.M., 1993
- [LAWRENCE 1993] Lawrence, A.: *Modern Inertial Technology – Navigation, Guidance, Control*. New York, 1993
- [LEICK 1995] Leick, A.: *GPS – Satellite Surveying*. Second Edition, New York, 1995
- [MAHN 1998] Mahn, B.: *Auswertung von Gleisvermessungen mittels kinematischer GPS-Beobachtungen unter Berücksichtigung geometrischer Randbedingungen*. Diplomarbeit Nr. 1524, unveröffentlicht, Universität Hannover, 1998
- [MÖHLENBRINK 1984] Möhlenbrink, W.: *Zur Entwicklung eines MEßverfahrens für die Bestimmung von Bauwerksverformungen aus Neigungs- und Beschleunigungsmessungen*. DGK Reihe C, Nr. 307, München, 1984
- [NIEMEIER 1985] Niemeier, W.: *Deformationsanalyse*. In: Pelzer, H. (Hrsg.): *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II*, Hannover, 1985
- [NIESE 1997] Niese, J.: *Persönliche Mitteilungen zu Inertialvermessungen mit der IMU-3L der DMT*, Bochum, 1997
- [PELZER 1971] Pelzer, H.: *Zur Analyse geodätische Deformationsmessungen*. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 164, München, 1971
- [PELZER 1980] Pelzer, H.: *Besonderheiten der Auswertung kontinuierlicher Messungen und Probleme ihrer Interpretation*. In: *Kontinuierliche Messungen in der Ingenieurgeodäsie*, Veröffentlichungen des Geodätischen Institutes der RWTH Aachen Nr. 28, Aachen, 1980
- [PELZER 1985] Pelzer, H.: *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II*. Hannover, 1985
- [PETZOLDT 1995] Petzold, R.: *Calibration of a Strapdown INS by Measurements in 24 Faces*. In: Linkwitz, K., Hangleiter, U. (Hrsg.): *High Precision Navigation 95*, Proceedings of the 3rd International Workshop on High Precision Navigation in Stuttgart, Germany, April 1995
- [PFEUFER 1988] Pfeufer, A.: *Ein Beitrag zur identifikation und Modellierung dynamischer Deformationsprozesse*. Dissertation an der Universität Dresden, Dresden, 1988
- [POPP 1962] Popp, C.: *Über den Einfluß der Durchbiegung von Eisenbahnbrücken auf die Betriebssicherheit bei Streckengeschwindigkeiten von 200 km/h*. AET – Archiv für Eisenbahntechnik 16, Darmstadt, 1962

- [RÖHRICH 1991] Röhrich, S.: *A Combined Adjustment Model for INS-Measurements*. In: Linkwitz, K., Hangleiter, U. (Hrsg.): *High Precision Navigation 91*, Proceedings of the 2nd International Workshop on High Precision Navigation in Stuttgart and Freudenstadt/Germany, November 1991
- [RÖHRICH 1993] Röhrich, S.: *Post-Mission Auswertemodell für die Vermessung mit Strapdown Inertialsystemen*. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften : Reihe C, Nr. 407, Darmstadt, 1993
- [RÜEGER 1982] Rüeger, J.M.: *Inertial Sensors, Part I: Gyroscopes*. Veröffentlichungen der Division of Surveying Engineering der University of Calgary, Canada, 1982
- [SAVAGE 1978] Savage, P.G.: *Strapdown Sensors*. In: NATO, AGARD Lecture Series No. 95: *Strap-Down Inertial Systems*, Neuilly-sur-Seine, France, 1978
- [SCHMIDT 1992] Schmidt, A.: *Anwendung der kinematischen Deformationsanalyse mittels KALMAN-Filtertechnik auf den Rutschhang „Wibberg“*. Diplomarbeit Nr. 1272, unveröffentlicht, Universität Hannover, 1992
- [SCHNEIDER 1990] Schneider, K.-J. (Hrsg.): *Bautabellen mit Berechnungshinweisen und Beispielen*. 9. Auflage, Düsseldorf, 1990
- [SCHRÖDER 1999] Schröder, J.: *Auswertung von Gleisvermessungen mittels GPS-gestützter Inertialmeßsysteme*. Diplomarbeit Nr. 1517, unveröffentlicht, Universität Hannover, 1989
- [SCHWIEGER 1999] Schwieger, V.: *Ein Elementarfehlermodell für GPS-Überwachungsmessungen – Konstruktion und Bedeutung interepochaler Korrelationen*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover Nr. 231, Hannover, 1999
- [SEEBER 1993] Seeber, G.: *Satellite Geodesy*. Berlin/New-York, 1993
- [SÖHNE 1996] Söhne, W.: *Ein hybrides System in der Geodäsie – Einsatz des NAVSTAR GPS mit dem Strapdown-Inertial-Navigationssystem LASERNAV II für kinematische Punktbestimmung und Orientierung*. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 463, Darmstadt 1996
- [STEIN 1990] Stein, E.: *Vorlesungen über Technische Mechanik*. Teil 1: *Statik starrer Körper*. Teil 2: *Elastostatik*. Teil 3: *Kinematik, Kinetik und Einführung in die technische Schwingungslehre*. Skript, Universität Hannover, 1990
- [STIELER 1976] Stieler, B.: *Die Navigationsgleichungen und das Fehlerverhalten von Trägheitsnavigationssystemen*. Interner Bericht Nr. 153 des Institutes für Flugführung, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Braunschweig 1976

- [STIELER et al. 1987] Stieler, B., Lübeck, E., Wetzig, V.: *Auslegung, Simulation und Laborerprobung eines Inertialsystems zur Vermessung der Winkellage und kleinräumiger Bewegungsabläufe*. Forschungsbericht der Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, DFVLR Braunschweig, 1987
- [STIELER et al. 1991] Stieler, B., Steinwand, J., Lübeck, E.: *Differential Inertial Measurement Techniques - Measurement of Angles and Angular Characteristics with a Fiberoptic Gyro as an Example*. In: Linkwitz, K., Hangleiter, U. (Hrsg.): *High Precision Navigation 91*, Proceedings of the 2nd International Workshop on High Precision Navigation in Stuttgart and Freudenstadt/Germany, November 1991
- [STIER 1992] Stier, W.: *Anforderungen des Hochgeschwindigkeitsverkehrs an Brückenbauwerke*. In: *Ingenieurbauwerke der Neubaustrecken der Deutschen Bundesbahn*, AET – Archiv für Eisenbahntechnik 44, Darmstadt, 1992
- [VEIJOLA et al.1999] Veijola, T., Kuisma, H., Lahdenperä, J.: *Compact Large-Displacement Model for a Capacitive Accelerometer*. Proceedings of MSM '99, 19-21 April, San Juan, 1999
- [VELTEN et al.1999] Velten, T., Krause, P., Jansen, E., Obermeyer, E.: *A New Three-Axis Accelerometer*. Proceedings zur Sensor '99 – 9th Int'l Trade Fair and Conference for Sensors, Transducers & Systems, 18-20 May, Nürnberg, Germany, 1999
- [WÄCKERLE et al.1995] Wäckerle, G., Mehring, M., Sorg, H.: *Principles and Operation of the Stuttgart NMR Gyroscope*. In: Linkwitz, K., Hangleiter, U. (Eds.) *High Precision Navigation 95: Proceedings of the 3rd International Workshop on High Precision Navigation*, University of Stuttgart, April 1995
- [WILLGALIS 1994] Willgalis, S.: *Investigation of the Temperature Dependence of the Phalanx VRU Inertial System*. Projektbericht (unveröffentlicht) des Department of Geomatics Engineering, Calgary, 1994
- [WÜBBENA 1991] Wübbena, G.: *Zur Modellierung von GPS-Beobachtungen für die hochgenaue Positionsbestimmung*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover Nr. 168, Hannover, 1991
- [WÜBBENA et al. 1997] Wübbena, G., Menge, F., Schmitz, M., Seeber, G., Völksen, C.: *A New Approach for Field Calibration of Absolute Antenna Phase Center Variation*. In: *Navigation-Journal of the Institute of Navigation*, Vol. 44, No. 2, 247-256, 1997

# Dank

Ich bedanke mich bei all denjenigen, die mich beim Zustandekommen dieser Arbeit in vielfältiger Weise unterstützt haben.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing.habil. Dr.h.c.mult. H. Pelzer danke ich für die Übernahme des Hauptreferates und für die Unterstützung meiner Arbeit am Geodätischen Institut. Insbesondere danke ich Herrn Pelzer für die mir während der schwierigen Phase der Frühgeburt meiner Tochter gewährten Freiheiten am Institut sowie für das dadurch ausgedrückte Vertrauen.

Mein besonderer Dank gilt ebenfalls Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing.habil. W. Niemeier für die fachlichen Diskussionen und für die Übernahme des Korreferates.

Ich bedanke mich bei allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Geodätischen Institutes für eine langjährige gute Zusammenarbeit und eine gelungene Feier. Auch ihnen gilt mein spezieller Dank dafür, daß die Entscheidung, mir die bereits angesprochenen Freiräume zu gewähren, von allen mitgetragen wurde. Namentlich bedanken möchte ich mich bei Herrn U. Willeke für seine praktische Mithilfe bei den Messungen, bei Frau S. Boehm für ihre vielfältige Unterstützung zur Drucklegung sowie bei Herrn H. Suhre und Herrn W. Bämpfer, die mir bei allen technischen Problemen stets mit Rat und Tat zur Seite standen.

Für die Möglichkeit, exemplarische Testmessungen auf ihrem Gelände durchzuführen, danke ich den Mitgliedern des Eisenbahnmuseums Bochum Dahlhausen e.V.. Des weiteren danke ich der Deutschen Montan Technologie (DMT) für das zur Verfügung stellen des Inertialmeßsystem *IMU-3L* und insbesondere den Herren J. Niese und R. Frantzen für ihre engagierte Arbeit. In diesem Zusammenhang bedanke ich mich auch bei Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Heger, dessen Unterstützung das Zustandekommen der praktischen Messungen erst möglich machte.

Nicht zuletzt danke ich meinen Eltern, die mir ein Studium ohne finanzielle Sorgen ermöglichten, und natürlich meiner Frau, Cornelia Reitberger, die mich unterstützte und mit der zusammen ich alle Probleme meistern konnte.

# Lebenslauf

## Angaben zur Person

Name	<b>Foppe</b>
Vorname	<b>Karl</b>
Geburtstag	11. November 1965
Geburtsort	Nordhorn
Staatsangehörigkeit	deutsch
Eltern	Hans Foppe, Dipl.-Ing. Architekt Helga Foppe, geb. Stein, Hausfrau
Familienstand	verheiratet seit dem 11. März 2000
Religion	römisch-katholisch
Ehefrau	Cornelia Reitberger, Diplom-Mathematikerin
Kind	Leonie Foppe, geboren am 10. August 1999

## Schulbildung

Herbst 1972 bis 23.06.1976	Katholische Volksschule Bad Bentheim
01.08.1976 bis 08.06.1985	Missionsgymnasium St. Antonius Bardel Abschluß: Allgemeine Hochschulreife

## Praktikum

01.07.1985 bis 20.09.1985	Katasteramt Nordhorn
---------------------------	----------------------

## Studium

14.10.1985 bis 23.10.1991	Studiengang Vermessungswesen an der Universität Hannover Vertiefung in den Gebieten Ingenieurvermessung und Photogrammetrie
Studentische Tätigkeiten	Werkstudent in der Abteilung Entwicklungsleitung der Robert Bosch GmbH, Hildesheim vom 14.07. bis 23.09.1988
Wissenschaftliche Hilfskraft	1988 Institut für Kartographie 1989 Institut für Photogrammetrie und Ingenieurvermessungen ab 1989 Geodätisches Institut
Diplomarbeit	Untersuchung zum hydrostatischen Nivellement mit Feinwaagen
Abschluß	Diplom-Ingenieur

## Berufstätigkeit

01.11.1991 bis 04.04.1995	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Geodätischen Institut der Universität Hannover
05.04.1995 bis 05.04.2001	Wissenschaftlicher Assistent am Geodätischen Institut der Universität Hannover